

NONMETRISCHE MULTIDIMENSIONALE SKALIERUNG
ALS MODELL DES URTEILSVERHALTENS

Zur Integration von dimensionsanalytischer Methodik
und psychologischer Theoriebildung

Gerd Gigerenzer

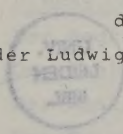
1977

NONMETRISCHE MULTIDIMENSIONALE SKALIERUNG
ALS MODELL DES URTEILSVERHALTENS

Zur Integration von dimensionsanalytischer
Methodik und psychologischer Theoriebildung

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophie
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München



vorgelegt von
GERD GIGERENZER
aus München

München 1977



Referent : Prof. Dr. Kurt Müller

Korreferent : Prof. Dr. Hans Schiefele

Tag der letzten mündlichen Prüfung : 29. 7. 1977

INHALTSVERZEICHNIS

1.	<u>EINLEITUNG</u>	8
2.	<u>DER BEGRIFF DES "MODELLS"</u>	13
2.1	Der Begriff des "mathematischen Systems"	14
2.2	Der Begriff des "mathematischen Modells"	16
2.3	Der Begriff des "psychologischen Modells"	19
2.4	Ein Beispiel für die mangelnde Berücksichtigung der Modellfunktion mathematischer Systeme: Die Untersuchung von PEABODY	21
2.5	Das Paradigma des Artefakts 1. Art	25
3.	<u>DAS BASISMODELL DER NONMETRISCHEN MULTI-DIMENSIONALEN SKALIERUNG (NMDS)</u>	27
3.1	Der Begriff der "Ähnlichkeit"	28
3.1.1	Der Ähnlichkeits-Begriff in der Psychophysik	29
3.1.2	Der Ähnlichkeits-Begriff der NMDS	31
3.1.2.1	Der Bezug zur COOMBSschen Datentheorie	31
3.1.2.2	Ähnlichkeit und Unähnlichkeit	34
3.1.2.3	Die Messung der Ähnlichkeit	36
3.1.2.3.1	Direkte Ähnlichkeitsmessung	38
3.1.2.3.2	Indirekte Ähnlichkeitsmessung	42
3.1.2.3.3	Direkte Verhaltensmessung	43
3.1.2.3.4	Indirekte Verhaltensmessung	44
3.1.3	Zusammenfassung	45
3.2	Der Begriff der "Distanz"	46
3.3	Die Distanzfunktion	47
3.4	Exkurs: Der Algorithmus der NMDS	49
3.5	Offene Probleme und deren Lösungsmöglichkeiten	53

3.5.1	Zur Messung der Güte der Anpassung: der Stress	54
3.5.1.1	Zur Interpretation des Betrags des Stress-Koeffizienten	54
3.5.1.2	Die zufallskritische Absicherung des Stress	57
3.5.1.3	Stress und metrische Determination	58
3.5.2	Lokale Minima	59
3.5.3	Degenerierte Konfigurationen	61
3.5.4	Möglichkeiten einer objektiven Interpre- tation der Punktekongfiguration	63
3.5.4.1	Dimensionale Interpretation	64
3.5.4.2	Nichtdimensionale Interpretation	71
3.6	Zusammenfassung	73
4.	<u>ERWEITERUNG DES DISTANZ-BEGRIFFS IM BASIS- MODELL AUF DIE GRUPPE DER MINKOWSKI r-METRIKEN</u>	75
4.1	Die drei "prägnanten" Minkowski r-Metriken	76
4.1.1	Die City-Block-Metrik	76
4.1.2	Die euklidische Metrik	77
4.1.3	Die Dominanzmetrik	78
4.2	Semimetriken	78
4.3	Äquivalente Lösungen: Isometrien	79
5.	<u>DAS MODELL DER SUBJEKTIVEN URTEILSRÄUME: EIN ALLGEMEIN-PSYCHOLOGISCHES MODELL DES URTEILSVERHALTENS</u>	83
5.1	Forderungen an ein Modell über Urteilsver- halten	84
5.1.1	Die syntaktische Analyse	84
5.1.2	Die semantische Interpretation der Syntax	84
5.1.3	Die Überprüfbarkeit des psychologischen Modells	85

5.2	Explizierung des "Modells der subjektiven Urteilsräume"	85
5.2.1	Zuordnung der Objektmenge und Relationen vom formalen zum empirischen Relationssystem	85
5.2.2	Die Postulate des Modells	86
5.3	Ausführungen zu den Postulaten	90
5.3.1	Postulat 1	91
5.3.2	Postulat 2	96
5.3.3	Postulat 3	97
5.3.4	Postulat 4	98
5.3.5	Postulat 5	99
5.3.6	Postulat 6	103
5.3.6.1	Der Strukturbegriff der "Urteilsdimension"	105
5.3.6.2	Die Hyperspheroid-Struktur	115
5.3.6.3	Die Simplex-Struktur	117
5.3.6.4	Die Clusterstruktur	118
5.3.6.5	Überlagerte Strukturen	120
5.3.6.6	Zusammenfassung	121
5.3.7	Postulat 7	122
5.3.8	Postulat 8	124
5.3.8.1	Reizobjekte als unabhängige Variable	131
5.3.8.2	Kontextvariable als unabhängige Variable	136
5.3.8.3	Merkmale der Beurteiler als unabhängige Variable	139
5.3.8.4	Wechselwirkung des r-Parameters mit der Dimensionalität des Urteilsraums	139
5.3.9	Postulat 9	143
5.3.9.1	Zum ordinalen Informationsniveau der Ähnlichkeitsurteile	143
5.3.9.2	Die Überprüfbarkeit der Dreiecksgleichung im Kontext der ordinalen Urteilsbildung	145
5.3.9.3	Falsche Interpretation zur Überprüfung der Urteilstransitivität nach SIXTL	147
5.3.9.4	Zusammenfassung	150

5.4	Erweiterung des Modells der subjektiven Urteilsräume auf ein differentialpsychologisches Modell des Urteilsverhaltens	150
6.	<u>THEORETISCHE FUNDIERUNG DER ÄHNLICHKEITSMESSUNGEN UNTER 3.1.2.3 DURCH DAS MODELL DER SUBJEKTIVEN URTEILSRÄUME</u>	153
6.1	Zur Modelladäquatheit der direkten Ähnlichkeitsmessung	154
6.1.1	Die Methode der Tetraden	154
6.1.2	Die Methode der sukzessiven Kategorien	157
6.1.3	Die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung	158
6.1.4	Die Methode der Triaden	158
6.1.5	Die Methode der multiplen Rangordnungen	158
6.1.6	Zusammenfassung	159
6.2	Zur Modelladäquatheit der indirekten Ähnlichkeitsmessung	159
6.2.1	Der generalisierte Satz des Pythagoras	159
6.2.2	Die Produktmomentkorrelation	161
6.3	Zur Modelladäquatheit der direkten Verhaltensmessung	165
6.3.1	Reaktionszeit	165
6.3.2	Das gemeinsame Auftreten von Reizobjekten	167
6.4	Zur Modelladäquatheit der indirekten Verhaltensmessung	168
6.5	Zusammenfassung	169
7.	<u>IMPLIKATIONEN DES MODELLS DER SUBJEKTIVEN URTEILSRÄUME FÜR DIE PSYCHOLOGISCHE FORSCHUNG</u>	170
7.1	Die Funktion des Modells im Hinblick auf die Zielsetzungen der Messung, Darstellung,	170

	Klassifikation, Datenreduktion und Indexkonstruktion	
7.1.1	Messung als Ziel	170
7.1.2	Darstellung als Ziel	171
7.1.3	Klassifikation als Ziel	173
7.1.4	Datenreduktion und Indexbildung als Ziel	174
7.2	Exemplarische Darstellung inhaltlicher Implikationen	176
7.2.1	Zur Studie von ROSENBERG & SEDLAK: der Nachweis eines Artefakts 1. Art	177
7.2.1.1	Beschreibung der Untersuchung	177
7.2.1.2	Die inadäquate Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs	180
7.2.2	Zu CRONBACHs Definition der "impliziten Persönlichkeitstheorie": eine Neubear- beitung der Konzeption durch das Modell der subjektiven Urteilsräume	186
7.2.2.1	Einführung	186
7.2.2.2	Explizierung der psychologischen Annahmen	189
7.2.2.3	Eine Rekonzeptionalisierung des Konstrukts "implizite Persönlichkeitstheorie" über das Modell der subjektiven Urteilsräume	198
8.	<u>SCHLUSSBETRACHTUNG UND AUSBLICK</u>	205
	<u>LITERATURVERZEICHNIS</u>	207

NOMENKLATUR

1. mathematisches Modell

n	bezeichnet die Anzahl der Punkte im räumlichen Modell
i, j, k, l	bezeichnen Punkte
m	bezeichnet die Anzahl der Dimensionen im räumlichen Modell
e	ist allgemeiner Index für Dimensionen
r	steht für den Parameter der Minkowski-Metriken
$d_{ij}^{(r)}$	bezeichnet die Distanz zwischen den Punkten i und j in Abhängigkeit von r
$f_m(d_{ij}^{(r)})$	steht für: monoton steigende Funktion von $d_{ij}^{(r)}$
c	bezeichnet eine Konstante

2. psychologisches Modell

A	bezeichnet die Menge aller Reizobjekte
a	bezeichnet die in die Versuchsanordnung eingehende Menge von Reizobjekten mit $a \in A$
n	bezeichnet die Anzahl der Reizobjekte in a
N	bezeichnet die Anzahl der $V_p n$
I, J, K, L	bezeichnen $V_p n$
p	gibt die Anzahl der Skalen an, auf denen die n Reizobjekte beurteilt werden
h	ist allgemeiner Index für Skalen
$p_{ij}^{(r)}$	steht für die Prozeßregel zur Verknüpfung von Einzelurteilen zu einem Gesamturteil

γ_{ij} bezeichnet das Ähnlichkeitsurteil (bzw. die Ähnlichkeitsmessung) zwischen den Reizobjekten i und j

δ_{ij} bezeichnet das Unterschiedsurteil (bzw. die Unähnlichkeitsmessung) zwischen den Reizobjekten i und j

Beim Leser muß - um den Umfang der Arbeit nicht zu sehr auszudehnen - die Kenntnis der metrischen ein- und mehrdimensionalen Skalierungsmethoden vorausgesetzt werden (vgl. z. B. TORGERSON 1958, SIXTL 1967, PAWLIK 1967).

1. EINLEITUNG

Mit den Arbeiten von THURSTONE (1928a,b,c, 1929) zur Einstellungsmessung und dem auf den Theoremen von YOUNG & HOUSEHOLDER (1938) aufbauenden Ansatz zur multidimensionalen Psychophysik von RICHARDSON (1938) wurde eine Entwicklung eingeleitet, die sich von der klassischen Psychophysik in zwei wesentlichen Punkten unterscheidet:

1. Für zu skalierende psychologische Größen existieren keine entsprechenden physikalischen Größen, denen diese zugeordnet werden können.
2. Die Skalierung erfolgt mehrdimensional und umschließt die eindimensionale Skalierung als Spezialfall.

Diese Entwicklung wurde besonders durch die Arbeiten von TORGERSON (1952, 1958) zur multidimensionalen Skalierung weitergeführt.

In einem "almost unbelievable breakthrough"¹ wurde von SHEPARD (1962a,b) und KRUSKAL (1964a,b) eine Methode zur Skalierung in einem metrischen Raum erarbeitet, bei der auf die - meist ungesicherten - Linearitäts-, Intervallskalierungs- und Verteilungsannahmen über psychologische Variablen verzichtet werden kann.

Diese als "nonmetrische multidimensionale Skalierung (NMDS)" bezeichnete Methode läßt sich, wie auch allgemein die Methoden der multidimensionalen Skalierung (MDS), unter drei eigenständigen Zielsetzungen betrachten:

1. Messung: "In large part, measurement enables the tool of mathematics to be applied to science."
(TORGERSON 1958, S.1) Diese Betrachtungswei-

¹McFARLAND & BROWN (1973, S.243)

se entspricht im wesentlichen der jahrzehntelangen faktorenanalytischen Forschungspraxis, wo der Nutzen meist in der mehrdimensionalen Messung von Reizobjekten gesehen wird.

2. Darstellung:

Als primäre Funktion wird die deskriptive Darstellung der Relationen zwischen den Reizobjekten in einem räumlichen Modell hervorgehoben. Vertreter dieses Standpunktes vergleichen diese Funktion mit einer Repräsentation von Daten durch Histogramme (so z. B. COXON²) gemäß dem Prinzip "one picture is better than 1000 words". Hier wird also der Akzent auf die Veranschaulichung durch eine mehrdimensionale Konfiguration gesetzt.

3. Modellbildung:

Die in den mehrdimensionalen Skalierungsmethoden enthaltenen mathematischen Modelle werden als mathematisch formulierte psychologische Modelle verstanden. Die psychologischen Modelle erweisen sich dabei insbesondere innerhalb von Theorien über die Wahrnehmung von Reizobjekten und über das Urteilsverhalten als denkbar.

Die vorliegende Arbeit ordnet der Funktion der Modellbildung die vorrangige und zentrale Stellung zu. Das geschieht in zweifacher Weise: einmal wird Modellbildung als notwendige Voraussetzung zum Erreichen der unter 1. und 2. genannten Ziele betrachtet, zu anderen wird in ihr eine wesentliche und eigenständige Zielsetzung gesehen, die in der Stützung und Konstruktion psychologischer Theorien mit Hilfe mathematischer Syntax liegt.

²persönliche Mitteilung

Zur Kennzeichnung der Ausgangsposition dieser Arbeit sei folgende Prämisse formuliert:

Die Anwendung der MDS auf einen psychologischen Gegenstandsbereich impliziert die Anwendung einer psychologischen Theorie über diesen Gegenstandsbereich.

Die Implikation hat die Aufhebung der traditionellen Trennung zwischen "Methodik" und "Theoriebildung" zum Inhalt, die sich in der begrifflichen Unterscheidung zwischen "mathematischen Methoden" (z. B. Inferenzstatistik, ein- und mehrdimensionale Skalierung) und "mathematisch formulierten Theorien" (z. B. ESTES 1959, TACK 1969) wiederfindet.

Die eingehende Betrachtung von Skalierungstechniken unter dem Aspekt der Modellbildung ist in der Literatur bislang weitgehend vernachlässigt worden (vgl. dazu die Ausführungen in Kap. 5, 6 und 7). In der empirischen Forschung werden mehrdimensionale Skalierungsmethoden meist als "Werkzeug" zur Datenreduktion gesehen, während sich die theoretisch-methodische Literatur im wesentlichen auf Fragestellungen innerhalb der mathematischen Systeme konzentriert.

Das Anliegen dieser Arbeit ist der Versuch, eine Integration von dimensionsanalytischer Methodik und psychologischer Theoriebildung herzustellen.

Der theoretische Ansatz, bestimmte Skalierungsverfahren als Theorien über das Verhalten der Vpn aufzufassen, ist bereits von COOMBS (1964) thematisiert und von einigen anderen Autoren (z. B. AHRENS 1974, KÜHN 1976) aufgegriffen worden. Eine Ausführung dieses Gedankens durch das Herausarbeiten der von verschiedenen MDS-Modellen für ver-

schiedene Gegenstandsbereiche implizierten psychologischen Theorien wurde jedoch bisher nicht vorgenommen. Erstmals wird in der vorliegenden Arbeit für den Gegenstandsbereich "Urteilsverhalten" die durch die NMDS implizierte Theorie über Urteilsverhalten entwickelt. Die oben allgemein gehaltene Prämisse wird nun im Hinblick auf die Thematik dieser Arbeit wie folgt spezifisch gefaßt:

Prämisse:

Die Anwendung der nonmetrischen multidimensionalen Skalierung auf den Gegenstandsbereich "Urteilsverhalten" impliziert die Anwendung einer Theorie über Urteilsverhalten.

Die modellbildende Funktion der NMDS wird in Kapitel 2 durch die Definition der Begriffe "mathematisches System", "mathematisches Modell", "psychologisches Modell" und des zentralen Begriffs des "Artefakts 1. Art" präzisiert. An diese Vorarbeit zur Klärung der Terminologie schließt die Darstellung des Basismodells der NMDS an, wobei besonders der Ähnlichkeits-Begriff, dessen Operationalisierungsalternativen sowie der Distanz-Begriff berücksichtigt werden. Auf algorithmische Schwächen, die "Artefakte 2. Art" bedingen können, wird eingegangen und Lösungsmöglichkeiten werden besprochen. Die für das psychologische Modell wesentlichen Sätze des mathematischen Modells werden herausgearbeitet. In Kapitel 4 folgt die Erweiterung des euklidischen Distanz-Begriffs im Basismodell auf die Gruppe der Minkowski r -Metriken.

Die der NMDS zugrundeliegende, vom Verfasser dieser Arbeit entwickelte Theorie über Urteilsverhalten wird in Kapitel 5 unter der Bezeichnung "Modell der subjektiven

Urteilsräume" expliziert. Mit Hilfe von Modell-Postulaten kann erstmals in Kapitel 6 das Problem der Operationalisierung von "Ähnlichkeit" bei der Anwendung der NMDS auf Urteilsverhalten einer Lösung zugeführt werden. Die Mehrzahl der in der NMDS-Literatur vorgeschlagenen Operationalisierungen erweist sich schließlich unter Berücksichtigung der Modell-Postulate als inadäquat. Die eingangs behauptete Funktion der Modellbildung als notwendige Voraussetzung zum Erreichen der Ziele "Messung" und "Darstellung" wird in Kapitel 7 unter 7.1 begründet. Die aus der Betrachtung der psychologischen Theorie als wesentlichem Bestandteil der NMDS sich ergebenden Implikationen für eine theoriegeleitete dimensionsanalytische Forschung zum Urteilsverhalten werden anschließend sowohl am Beispiel einer empirischen Untersuchung als auch eines Forschungsprogramms dargestellt. Über die Postulate des Modells der subjektiven Urteilsräume kann erstmals nachgewiesen werden, daß das Ergebnis der Untersuchung von ROSENBERG & SEDLAK (1972a) zur Personenbeurteilung ein Artefakt 1. Art beinhaltet. Anschließend wird über die Modell-Postulate eine annahmenkritische Rekonzeptionalisierung des Forschungsprogramms zu dem von CRONBACH (1955) definierten Konstrukt einer "impliziten Persönlichkeitstheorie" vorgenommen.

In der Arbeit wurde auf eine ständige kritische Auseinandersetzung mit sowohl der theoretischen als auch der empirischen Literatur zu den jeweils angesprochenen Problemkreisen Wert gelegt.

2. DER BEGRIFF DES "MODELLS"

Der Modell-Begriff wird in sehr unterschiedlicher Bedeutung verwendet (vgl. z. B. CHAPANIS 1961, SIMON & NEWELL 1966, TACK 1969, SINGLETON & TYNDALL 1974). Nach STACHOWIAK (1973) sind einem allgemein gefaßten Modell-Begriff drei Merkmale zuzuordnen:

1. das Abbildungsmerkmal (ein Modell ist die Repräsentation eines Originals)
2. das Verkürzungsmerkmal (es enthält nicht alle Eigenschaften des Originals) und
3. das pragmatische Merkmal (es erfüllt eine Funktion für bestimmte Personen).

Modelle sind, um mit CHAPANIS (1961) zu sprechen, Analogien. Die Analogie- bzw. Modellrelation wird meist als eine zweistellige Relation zwischen Prototyp und Modell beschrieben. Sie ist unter der Voraussetzung einer isomorphen Abbildung reflexiv und symmetrisch. Das Merkmal der Verkürzung entspricht dem von SIMON & NEWELL (1966) in Anlehnung an die Terminologie der Inferenzstatistik eingeführten Begriff des "Fehlers erster Art". Ein "Fehler zweiter Art" liegt demnach vor, wenn Eigenschaften des Modells, die nicht Eigenschaften des "Prototyps" sind, letzterem dennoch zugeschrieben werden. Die Modellrelation wird gewöhnlich an Beispielen veranschaulicht, die in der Terminologie von SARRIS (1971) dem "Modelltyp I" angehören (z. B. TACK 1969, SINGLETON & TYNDALL 1974). Mit "Modelltyp I" wird eine - nicht notwendig sichtbare - Abbildung (z. B. Landkarte) eines "bekannten" Gegenstandes (z. B. Erde) bezeichnet. Im Unterschied dazu bezieht sich "Modelltyp II" auf einen noch "unbekannten" Gegenstand (z. B. Bereiche des Verhaltens und Er-

lebens). Kritisch zu betrachten ist die einfache Übertragung der Modellrelation im Modelltyp I

"M ist Modell für Prototyp P"

auf die Modellrelation in psychologischen Gegenstandsbe-
reichen, die Modelltyp II angehören. Um diesen Unter-
schied zu verdeutlichen, wird in dieser Arbeit von einer
zweifachen Modellrelation ausgegangen, die in den folgen-
den Abschnitten erläutert wird. Die zweifache Modellrela-
tion lautet:

"MM ist Modell für PM und PM ist Modell für G"³

Dabei steht "MM" für den unter 2.2 definierten Begriff des
"mathematischen Modells", "PM" für den unter 2.3 definier-
ten Begriff des "psychologischen Modells" und "G" für einen
psychologischen Gegenstandsbereich.

2.1 Der Begriff des "mathematischen Systems"⁴

SUPPES & ZINNES (1963, S. 5) definieren in Anlehnung an
die Notion von TARSKI (1954) ein Relationssystem als ei-
ne endliche Folge der Form

$$\alpha = \{A, R_1, \dots, R_z\} ,$$

wobei A eine nichtleere Menge von Objekten $i, j, k, l, \dots$ ist

³Daraus folgt nicht "MM ist Modell für G", da die Mo-
dellrelation nicht transitiv ist. Zum Spezialfall einer
transitiven Modellrelation siehe TACK (1969, S. 235).

⁴Wir beschränken uns hier auf den Bereich mathematischer
Systeme. Zur Modellbildung über Systeme aus anderen Wis-
sensschaften siehe z. B. WATZLAWICK, BEAVIN & JACKSON (1969),
die FREUDschen Vorstellungen über den "energetischen Ge-
sichtspunkt", RIEMANNs (1961) "astronomische" Persönlich-
keitstheorie u. a. Die Modellbildung geschieht dabei ge-
wöhnlich in "metaphorischer" Art und Weise und nicht im
Sinne des in diesem Kapitel dargestellten Modell-Begriffs
und der darauf aufbauenden Analyse des Systems der NMDS.

und $R_1, \dots, R_z$ Relationen auf A sind. Die Relationen werden nach ihrer Stelligkeit in ein-, zwei-, ..., n -stellige Relationen unterschieden.⁵ COOMBS, DAWES & TVERSKY (1970, S. 10) bezeichnen ein Relationssystem als "formales Relationssystem" (FRS), wenn die Objekte formale Größen wie Punkte oder Zahlen sind.

Enthält die Menge A Objekte "of empirical nature" (ebd., wie z. B. Farbreize, Personen, so heißt das Relationssystem ein "empirisches Relationssystem".⁶ Damit ist beispielsweise der euklidische Raum als FRS mit

$$\mathcal{A}_e = \{P, R_e\}$$

bestimmt, wobei P für eine Menge von Punkten und R_e für die euklidische Distanz $d_{ij}^{(2)}$ (vgl. 3.2) steht. R_e ist eine zweistellige Relation auf P .

Wesentlich für die vorliegende Arbeit ist eine explizite Unterordnung mathematischer Operationen und insbesondere die Unterordnung mathematischer Transformationen unter den Begriff der Relation. Diese Betrachtungsweise, auf deren Möglichkeit SUPPES & ZINNES (1963, S. 5) in einer Fußnote hinweisen,⁷ erlaubt, die sogenannten mathematischen

⁵Die Anzahl n gibt dabei die Anzahl der Objekte in A an. Synonym mit diesem Begriff n -stelliger Relationen wird auch von n -stelligen Prädikaten P der Form $P(i, j, k, l, \dots)$ gesprochen (CARNAP & STEGMÜLLER 1959). Ein einstelliges Prädikat $P(i)$ gibt eine "Eigenschaft von i " an, während ein zweistelliges Prädikat $P(i, j)$ eine Relation zwischen i und j zum Inhalt hat.

⁶Es werden synonym die Begriffe "empirisches Relativ" und "numerisches Relativ" (vgl. AHRENS 1974) sowie "numerisches Relationssystem" (vg. SUPPES & ZINNES 1963) verwendet.

⁷"It is no restriction on generality to consider only relations for from formal standpoint operations are simply special relations" (SUPPES & ZINNES 1963, S.5).

und statistischen "Methoden" (z. B. Produktmomentkorrelation) der empirischen Psychologie im allgemeinen und die multidimensionalen Skalierungstechniken im besonderen (z. B. Hauptachsenverfahren, MDS) in Verbindung mit einer Objektmenge A als echte Teilmenge der FRS zu bezeichnen. Wir verstehen im folgenden unter dem Begriff "mathematisches System" alle formalen Relationssysteme (FRS) in der hier gegebenen Definition.

2.2 Der Begriff des "mathematischen Modells"

Sind ein FRS und ein ERS vom gleichen Typ,⁸ so kann eine Abbildung von ERS nach FRS (und umgekehrt) vorgenommen werden. Das Relationssystem

$$\mathcal{A}_1 = \{A_1, R\}$$

wird als isomorphes Bild von

$$\mathcal{A}_2 = \{A_2, D\}$$

bezeichnet, wenn eine eindeutige Funktion f von

A_1 nach A_2 existiert, so daß für alle a und b in A_1 gilt:

$$a R b \text{ genau dann wenn } f(a) D f(b).$$

⁸Der Begriff des "Typs" im Kontext eines Relationssystems sei am folgenden Beispiel erklärt: Beurteilen Vpn die Rangfolge der Lautstärke von jeweils zwei Tönen a und b, so erhält man eine Ordnungsrelation der Art $a R_1 b$. Sie ist eine binäre Relation. Beurteilen die Vpn die Rangfolge der Unterschiede in den Lautstärken der Töne a und b gegenüber den Tönen c und d, so erhalten wir eine quartäre Ordnungsrelation der Art $ab R_2 cd$. Wir sagen dann R_1 ist vom Typ (2) und R_2 ist vom Typ (4). Zwei Relationssysteme

$$\mathcal{A}_1 = \{A_1, R_1, \dots, R_z\}$$

und

$$\mathcal{A}_2 = \{A_2, D_1, \dots, D_z\}$$

wenn

$\{m_{11}, \dots, m_{1z}\} = \{m_{21}, \dots, m_{2z}\}$ ist. Dabei steht m_{ij} für den Typ der j-ten Relation im i-ten Relationssystem.

Wird die Bedingung der Eineindeutigkeit auf Eindeutigkeit der Abbildung reduziert, so spricht man von einem homomorphen Bild:⁹

$a R b$ dann, wenn $f(a) D f(b)$.

Ein "mathematisches Modell" wird nun als ein FRS definiert, das zu einem ERS in eine Homomorphie- bzw. Isomorphiebeziehung gestellt wird. Das bedeutet, daß das mathematische System durch eine funktionale In-Bezugssetzung zum mathematischen Modell wird.

Exkurs: Klassifikation mathematischer Modelle

Eine nominale Klassifikation mathematischer Modelle läßt sich nach verschiedenen Gesichtspunkten durchführen. Bereits erwähnt wurde der pragmatische Klassifikationsaspekt der Verwendung als "Methode" (MDS, Faktorenanalyse etc.) gegenüber der Bereitstellung mathematischer Syntax zur Konstruktion von "Modellen"¹⁰ (Operator- und State-Modelle etc.). Im Kontext der MDS erscheint besonders eine Abgrenzung und Differenzierung der metrischen und semimetrischen Räume von anderen mathematischen Modellen zweckmäßig. Auf letztere kann hier nicht weiter eingegangen werden, es sei lediglich an die Graphentheorie (z. B. BOORMAN & ARABIE 1972), an probabilistische (z. B. LUCE & GALANTER 1963, ZINNES 1969) und informationstheoretische Modelle für diskrete Strukturen (z. B. BOYD 1972) erinnert.

⁹ Zu einer eingehenden Darstellung der Konzepte der isomorphen und homomorphen Abbildung siehe PFANZAGL (1958, 1959, 1968) und KRISTOF (1969). Das darauf aufbauende Repräsentationsproblem ist bei SUPPES & ZINNES (1963, S.4 ff) und bei COOMBS, DAWES & TVERSKY (1970, S.10ff) besprochen.

¹⁰ Die Anführungszeichen kennzeichnen eine zu der hier eingeführten Terminologie unterschiedliche Begriffsverwendung.

Eine hierarchische Klassifikation der metrischen und semimetrischen Raummodelle wird in Abbildung 1 gegeben.

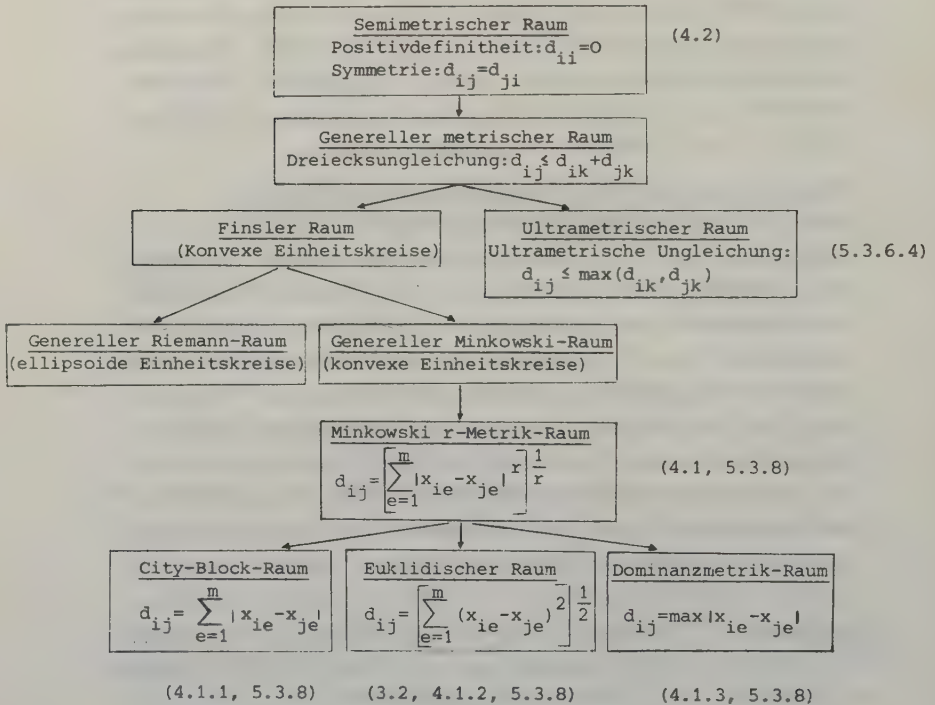


Abb.1: Hierarchische Klassifikation der gebräuchlichsten metrischen und semimetrischen Räume (in Anlehnung an SHEPARD 1974). Die Ziffern in den Klammern geben die Abschnitte an, in denen auf das jeweils nebenstehende Raummodell eingegangen wird.

Allein das mathematische System des euklidischen Raumes erhält durch seine Anwendung in vielen Bereichen die Funktion eines mathematischen Modells.¹¹ Das gilt für die Psycholinguistik (vgl. OSGOOD, SUCI & TANNENBAUM 1957, BERGLER 1975), die faktorenanalytischen Persönlichkeits-theorien (vgl. CATTELL 1965, PAWLIK 1967, NESSELROADE & DELHEES 1966), die dimensionsanalytische Intelligenzforschung (vgl. MEILI 1964, THURSTONE 1938, GUILFORD 1959, JÄGER 1973), die Farb-, Ton- und Formwahrnehmung (vgl. HELMHOLTZ 1896, INDOU & KANAZAWA 1960, SHEPARD 1962 b, 1964 a,b, ATTNEAVE 1950), weiterhin bei soziometrischen Untersuchungen (vgl. GLEASON 1969, BEATON 1966), in der klinischen Diagnostik (vgl. EYSENCK & RACHMAN 1967, COHEN 1966), zur Personenwahrnehmung und der Erforschung von "impliziten Persönlichkeitstheorien" (vgl. KELLY 1955, LAY & JACKSON 1969, TODD & RAPPOPORT 1964, COHEN 1969) und für die Klassifikation von Erziehungsstilen (vgl. FITTKAU 1969, SOLOMON, ROSENBERG & BEDZEK 1964).

2.3 Der Begriff des "psychologischen Modells"

Definition: Ein empirisches Relationssystem, dessen Objektmenge A und Relationen $R_1, \dots, R_z$ psychologische Bedeutung zugeordnet ist und das in einer homomorphen oder partiell homomorphen Beziehung zu einem gegebenen FRS steht, wird als das dem FRS entsprechende psychologische Modell von G oder kurz: Modell bezeichnet.

Mit "partieller Homomorphie" zwischen den Systemen "psy-

¹¹Die Formulierung eines entsprechenden gegenstandsbezogenen "psychologischen Modells" (vgl. 2.4) wird dagegen im allgemeinen vernachlässigt (vgl. Kap 5 und 7).

chologisches Modell" und "mathematisches Modell" bezeichnen wir eine homomorphe Abbildung eines ERS auf ein FRS unter der Bedingung, daß das mathematische Modell und das FRS sich wechselseitig entsprechen, das psychologische Modell jedoch das ERS als echte Teilmenge beinhaltet (vgl. Abb.2).

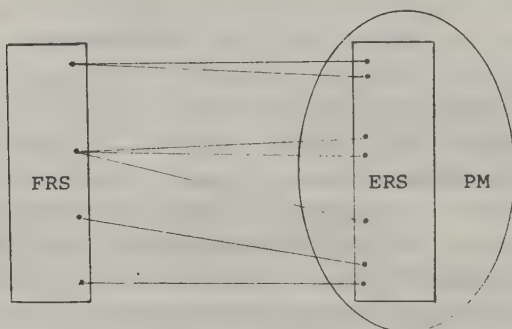


Abb.2: Homomorphismus und partieller Homomorphismus:
Es besteht ein Homomorphismus zwischen ERS und FRS, ein partieller Homomorphismus zwischen PM (psychologisches Modell) und FRS (mathematisches Modell).

Durch die hier gegebene Definition beinhaltet das psychologische Modell ein ERS und wird von diesem strukturiert, enthält jedoch bei partiellem Homomorphismus auch psychologische Postulate, die über die Aussagen des ERS hinausgehen.

Das psychologische Modell steht seinerseits in einer Modellrelation zu dem Gegenstandsbereich G. Der hier präzisierter Modell-Begriff erlaubt nun eine klare Abgrenzung

der Begriffe "Modell" und "Theorie".¹²

Definition: Die Menge der Modelle (synonym: psychologischen Modelle) von G ist eine echte Teilmenge der Menge der Theorien von G. Eine Theorie von G wird genau dann als Modell von G bezeichnet, wenn sie in einem (partiellen) Homomorphismus zu einem FRS steht.

2.4 Ein Beispiel für die mangelnde Berücksichtigung der Modellfunktion mathematischer Systeme: die Untersuchung von PEABODY¹³

Zum besseren Verständnis sei hier eine empirische Untersuchung angeführt. An ihrem Beispiel zeigt sich selbst für die allgemein vertrautere korrelationsstatistische und faktorenanalytische Methodik, daß die Vernachlässigung der durch diese Methoden implizierten psychologischen Theorien zu Artefakten, d. h. theoretisch wertlosen Ergebnissen führt.

PEABODY (1967) versuchte, unter dem Titel "Trait Inferences: Evaluative and Descriptive Aspects" die An-

¹² Meist werden beide Begriffe sowohl im Kontext der Skalierungsmethoden (vgl. COOMBS, DAWES & TVERSKY 1970, S.258) als auch im allgemeinen Kontext mathematischer Modelle (vgl. TACK 1969, HERRMANN & STAPF 1971) synonym gebraucht. SARRIS (1971) formuliert dagegen die forschungsstrategische Nützlichkeit der konzeptuellen Trennung beider Begriffe, kommt jedoch zu einer Begriffsdifferenzierung, die sich von der hier im Kontext der MDS gegebenen unterscheidet.

¹³ In diesem Sinne beispielhaft ist auch die Anwendung der PMK bei FOSBERG (1949) zur Überprüfung der Reliabilität des Rorschach-Tests (vgl. GIGERENZER 1977 a) sowie die Berechnung arithmetischer Mittel und Varianzen aus Merkmalen wie z. B. "Race and sex of driver causing accident" (0 = white male, 1 = negro male, 2 = white female, 3 = negro female) in der Unfallursachen-Studie von MILLER (1966, zit. in VOGEL 1975, S.64): im Durchschnitt war der den Unfall Verursachende ein männlicher Neger ($\bar{x} = 1.0$).

teile der beiden so bezeichneten Aspekte bei der Personenbeurteilung über den trait-inference-Ansatz abzuschätzen. Er kam zu dem - früheren Untersuchungen (z.B. OSGOOD 1962, OSGOOD , SUCI & TANNENBAUM 1957) widersprechenden - Ergebnis:

"The common emphasis on the importance of evaluation in judgment was critically examined in a study of inferences between traits...the descriptive aspects were always decisive over evaluation. Factor analysis showed that none of the factors was evaluative".¹⁴ (PEABODY 1967, S.1)

Im folgenden wird nun ein kleiner, jedoch innerhalb der von PEABODY herangezogenen faktorenanalytischen Methodik wichtiger Teil des methodischen Vorgehens betrachtet: die Produktmomentkorrelation (PMK).

Die PMK ist ein normiertes Skalarprodukt und kann nach der unter 2.1 gegebenen Definition in Verbindung mit einer Objektmenge als mathematisches System bezeichnet werden. Sobald PEABODY die PMK zur Bestimmung (besser: als Modell) der paarweisen Zusammenhänge zwischen den Persönlichkeitsmerkmalen heranzieht, aus denen anschließend durch Faktorenanalyse die evaluativen Anteile berechnet werden, hat die PMK in Verbindung mit der Menge der bipolaren Persönlichkeitsmerkmale (Skalen) als Objektmenge die Funktion eines mathematischen Modells übernommen. PEABODY geht dabei von Vierergruppen von Merkmalen aus, die jeweils aus den beiden deskriptiven Gegensätzen (z. B. serious - gay) und deren evaluativen Kontrasten (hier: grim - frivolous) bestehen. Die in die Untersuchung eingehenden bipolaren Skalen konstru-

¹⁴Hervorhebung durch den Verfasser dieser Arbeit

iert er unter Berücksichtigung sowohl des deskriptiven als auch des evaluativen Gegensatzes. (also hier die beiden Skalen serious - frivolous und gay - grim und nicht z. B. serious - gay). Diese so generierten Persönlichkeitsskalen werden interkorreliert.

Dem mathematischen Modell der PMK entspricht gemäß der eingangs formulierten Prämisse ein psychologisches Modell über Urteilsverhalten in der "trait-inference"-Versuchsanordnung. PEABODY hat dieses psychologische Modell nicht expliziert.

Die Ausführung beschränkt sich hier auf einen einzigen Satz im mathematischen Modell, der einen entsprechenden Satz im zugeordneten psychologischen Modell impliziert. Letzterer steht im Widerspruch zu einem theoretischen Postulat PEABODYs. Dieses Postulat liegt der Fragestellung und Versuchsanordnung zugrunde und läßt sich folgendermaßen formulieren:

- (1) Deskription und Evaluation sind zwei relevante Aspekte im Urteilsverhalten der Vpn in der vorliegenden Versuchsanordnung.

Der entscheidende Satz im mathematischen Modell ist der über die Mittelwert-Transformation:¹⁵

- (2) Durch die PMK werden die Skalen mittelwert-normiert.

¹⁵ Auf eine vollständige Auflistung der Sätze des mathematischen Modells (über Linearität, Intervallskalierung etc.) sei hier verzichtet. Allgemein wenig bekannt und in einschlägigen Untersuchungen als nicht erwähnenswert befunden (siehe z. B. auf dem Bereich der Personenbeurteilung die Arbeiten von KEIL 1970, HOFER 1969, 1970, TODD & RAPPOPORT 1964, NORMAN 1963, PASSINI & NORMAN 1966) ist, daß der durch den PMK implizierte Satz über die Linearität ein Postulat im psychologischen Urteilsmodell zur Folge hat, das ein recht eingeschränktes Urteilsverhalten annimmt. Dieses Postulat kann folgendermaßen formuliert werden:

"Die Vpn urteilen in der jeweiligen Versuchsanordnung

Mit der Anwendung der PMK auf die PEABODYsche trait-inference-Versuchsanordnung wird ein entsprechender (psychologischer) Satz über das Urteilsverhalten der Vpn impliziert:

- (3) Unterschiedliche mittlere Urteile auf den bipolaren Eigenschaftsskalen enthalten keine problemrelevante Information über das Urteilsverhalten der Vpn.

"Problemrelevante Information" hat, entsprechend der PEABODYschen Fragestellung und Versuchsanordnung, die Bedeutung von Information über deskriptive und evaluative Aspekte im Urteil.

PEABODY hat zur Bestimmung der PMK die bipolaren Eigenschaftsskalen bezüglich der evaluativen Polarisierung gleichgerichtet. Die unterschiedlichen Mittelwerte der Skalen weisen damit auf evaluative Unterschiedlichkeit hin. Somit folgt aus dem explizierten Satz (3) des psychologischen Modells unmittelbar der Satz (4):

- (4) Evaluative Varianz (Evaluation) ist kein relevanter Aspekt des Urteilsverhaltens der Vpn in der vorliegenden Versuchsanordnung.

Dieser Satz des psychologischen Modells steht in klarem Widerspruch zu PEABODYs theoretischem Postulat und damit zu den der Fragestellung und Versuchsanordnung zugrundeliegenden theoretischen Annahmen.

Hierdurch wird verständlich, warum die Faktorenanalyse der Korrelationsmatrix keine evaluative Dimension aufweisen konnte.

nach dem linearen je-desto-Muster."

Vpn treffen demnach Urteile nach dem Modus: "je ängstlicher desto linear größer die Leistung" und nicht in Form von S-förmigen, logarithmischen oder monotonen Zusammenhangskognitionen und ebenfalls nicht nach dem nicht-monotonen Modus: "sowohl sehr ängstliche und sehr wenig ängstliche Personen zeigen wenig Leistung, das Maximum zeigen Personen mittlerer Ängstlichkeit."

Eine Reanalyse von PEABODYs Urteilsdaten durch ROSENBERG & OLSHAN (1970) über die euklidische Distanz (vgl. 3.1.2.3.2) als Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffes zeigt entsprechend zu den obigen Ausführungen einen starken evaluativen Faktor auf. Die Reanalyse und Kritik der Autoren erfolgt jedoch wiederum ohne Bezug auf ein aus dem mathematischen Modell expliziertes psychologisches Modell, und die spätere eigene Untersuchung (ROSENBERG & SEDLAK 1972a) mit Hilfe der NMDS wird in der vorliegenden Arbeit (vgl. 7.2.1) als ein erneutes Artefakt erster Art (vg. 2.5) ausgewiesen.

2.5 Das Paradigma des Artefakts 1. Art

In der Untersuchung von PEABODY werden die Konsequenzen deutlich, welche die mangelnde Berücksichtigung von "Methoden" als mathematische Modelle und die damit einhergehende Vernachlässigung des impliziten psychologischen (Urteils-)Modells haben kann. Diese Konsequenzen werden - falls entdeckt - meist als "methodische Artefakte" bezeichnet. Aus der vorangegangenen Begriffsklärung ist ersichtlich geworden, daß es sich dabei nicht um ein methodisches Problem, sondern um die Divergenz zweier theoretischer Vorstellungen handelt. Auf der einen Seite steht die gegenstandsbezogene (Urteils-)Theorie eines Forschers und auf der anderen das psychologische (Urteils-) Modell, das durch das jeweils zur Anwendung kommende mathematische System mit eingeht. Diese theoretischen Artefakte werden in der vorliegenden Arbeit als "Artefakte 1. Art" gekennzeichnet. Sie sind von den eigentlichen methodischen Artefakten (vgl. 3.5.2 - 3.5.3),

die durch Unzulänglichkeiten des Algorithmus verursacht werden und für die psychologische Theoriebildung kaum Bedeutung haben, begrifflich zu trennen. Letztere werden als Artefakte 2. Art bezeichnet.
Das Paradigma des Artefakts 1. Art ist in Abb.3 dargestellt.

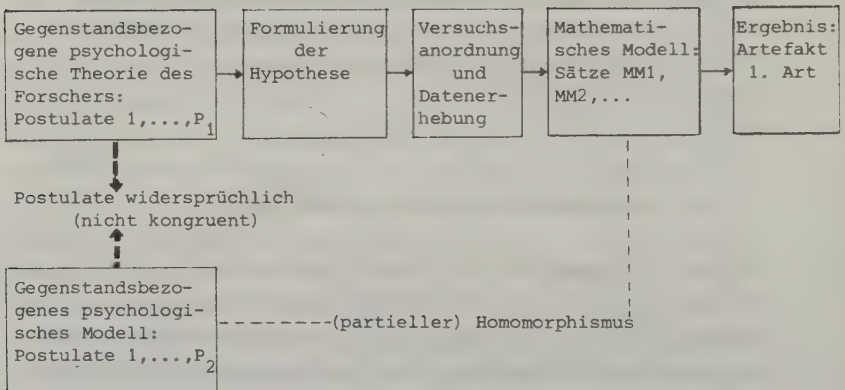


Abb.3: Paradigma des Artefakts 1. Art.

Sind die Postulate $1,2,\dots,P_1$ mit den Postulaten $1,2,\dots,P_2$ paarweise nicht widersprüchlich, so wird der Begriff "Kongruenz" verwendet. Die Prüfung der Kongruenz setzt jedoch eine möglichst präzise Fassung der Postulate der der Hypothesenformulierung und Datenerhebung zugrundeliegenden Theorie als auch des durch das mathematische Modell implizierten psychologischen Modells voraus. Liegt zwischen dem mathematischen und dem psychologischen Modell keine Homomorphie, sondern eine partiell homomorphe Abbildung vor, so gehen in die Feststellung der Kongruenz nur diejenigen Postulate aus $1,2,\dots,P_2$ mit ein, die auf das ERS zurückführbar sind. Für die oh-

ne zusätzliche Annahmen vorliegende Übereinstimmung der Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffes (als Grundlage von Versuchsanordnung und Datenerhebung) mit den Postulaten des Modells wird der Begriff "Modelladäquatheit der Operationalisierung von Ähnlichkeit" eingeführt (vgl. Kap.6).

3. DAS BASISMODELL DER NONMETRISCHEN MULTIDIMENSIONALEN SKALIERUNG

Die Darstellung des Basismodells¹⁶ der NMDS orientiert sich am Ähnlichkeitsbegriff, an der Ähnlichkeitsmessung und am Distanzbegriff.

Die Problemstellung des Basismodells kann wie folgt präzisiert werden:

Die $\binom{n}{2}$ Ähnlichkeits- bzw. Unähnlichkeitsmessungen zwischen allen Reizobjektpaaren sind auf die $\binom{n}{2}$ Distanzen der n Punkte eines m -dimensionalen euklidischen Raumes abzubilden.

Die Abbildung ist durch zwei Prinzipien bestimmt:

- MM 1:¹⁷ Die Rangordnung der Unähnlichkeitsmessungen zwischen den Reizobjektepaaren soll der Rangordnung der euklidischen Distanzen zwischen den Punkten im räumlichen Modell entsprechen (Monotonität).
- MM 2: Das räumliche Modell soll von minimaler Dimensionalität sein.

Satz MM 2 ist kennzeichnend für dimensionsanalytische

¹⁶ Im deutschen Sprachraum sind erst wenige empirische Arbeiten unter Anwendung des Basismodells der NMDS veröffentlicht worden. Meines Erachtens liegt dabei an einigen Stellen noch mangelnde theoretische Verarbeitung vor: Man lese z. B. die Kontroverse zwischen PAPPI & LAUMANN (1974, 1975) und BERTRAM (1975), insbesondere die in wesentlichen Punkten irreführende Kritik BERTRAMS (vgl. 5.3.6.1 und 6.2.2). Andererseits kommt es zu "Neuentwicklungen" bereits bekannter Verfahren, wie das "Inhaltliche Verfahren zur Bestimmung der Achsen" von HOLTMANN (1975, 1976) als "...Lösungsvorschlag für das grundlegende Problem der Interpretation der Achsen..." (HOLTMANN 1975, S.248); ein Verfahren, das jedoch - vom Autor unbemerkt - bereits in den Arbeiten von MILLER, SHEPARD & CHANG (1964) enthalten ist und z. B. von GREEN, MAHESHWARI & RAO (1969) sowie von GREEN & CARMONE (1970) angewendet wurde.

¹⁷ Die Sätze des mathematischen Modells, die zur Konstruktion des psychologischen Modells in Kap.5 notwendig sind, werden in der Reihenfolge ihrer Einführung mit MM 1, MM 2,... bezeichnet.

Ansätze und ist aus den faktorenanalytischen Modellen und der metrischen MDS bekannt. Satz MM 1 besitzt jedoch kein Pendant im Bereich der dimensionsanalytischen Methodik: "Prior to SHEPARD's work it was not believed possible to construct a dimensional representation (or, from an alternative viewpoint, to reconstruct the underlying social or psychological space) given only order relations on the distances." (McFARLAND & BROWN 1973, S.243)

3.1 Der Begriff der Ähnlichkeit

Der Ähnlichkeitsbegriff ist ein zugleich vieldeutiger und zentraler Begriff in der Psychologie (vgl. JAMES 1890, ATTNEAVE 1950, GREGSON 1975), der biologischen Taxonomie (SOKAL & SNEATH 1963, SNEATH & SOKAL 1962, 1973), der Archäologie und der Geschichtswissenschaft (HODSON, KENDALL & TAUTU 1971). Bertrand RUSSEL schreibt in "An Inquiry into Meaning and Truth" (1940): "When I say 'similarity exists', it is a fact about the world, not a fact about language, that I mean to assert. The word 'yellow' is necessary because there are yellow things, the word 'similar' is necessary because there are pairs of similar things."

In der Psychologie gab es vor der grundlegenden Arbeit von ATTNEAVE (1950) wenige systematische Versuche¹⁸ zum Begriff der Ähnlichkeit. "The question 'What makes things seem alike or different?' is one so fundamental to psychology that very few psychologists have been naive enough to ask it." (ATTNEAVE 1950, S.516). So wurde Ähnlichkeit

¹⁸ z. B. die theoretische Diskussion von LANDAHL (1945) und die experimentelle Arbeit von GOLDMEIER (1937)

auf einem breiten Spektrum psychologischer Teildisziplinen als nicht weiter definiertes explikatives Konstrukt (im Sinne von HERRMANN 1969) zur Erklärung von Beobachtungsdaten verwendet. Darüberhinaus wurde Ähnlichkeit als "...eine eigentümlich ausgezeichnete Beziehung zwischen zwei oder mehreren Dingen unmittelbar erlebt" (DORSCH 1970) und die theoretische Fruchtbarkeit des Begriffs sowohl geleugnet als auch hoch eingeschätzt¹⁹: "Similaritiy, it can be argued, it is the most fundamental of psychological relations" (CARROLL & WISH 1974, S. 391). Der dem Basismodell zugrundeliegende Ähnlichkeits-Begriff entstammt der multidimensionalen Psychophysik (siehe 3.1.1).

3.1.1 Der Ähnlichkeits-Begriff der Psychophysik

STEVENS unterscheidet zwischen "klassischer" und "moderner" Psychophysik. Die klassische Psychophysik stellt sich zwei Aufgaben:

1. die Urteile der Vpn zu skalieren und
2. die psychophysische Funktion zu bestimmen.

Die zweite Aufgabe entfällt in der modernen Psychophysik. Hier ist die physikalische Entsprechung undefiniert und undefinierbar, wohingegen in der klassischen Psychophysik einem psychischen Kontinuum ein physikalisches Kontinuum entspricht.²⁰

¹⁹ vgl. z. B. ROBINSON (1927), STEPHENSON (1935), OSGOOD (1952), KRUEGER (1953), WOODWORTH & SCHLOSBERG (1954), HOFSTÄTTER (1955), NOBLE (1957).

²⁰ Diese Aussage ist als Kennzeichnung der klassischen Psychophysik, nicht als inhaltliche Behauptung gedacht. So zeigt z. B. MCCOLLOUGH (1958), daß die der klassischen Psychophysik zugrundeliegende Annahme der korrespondierenden Eindimensionalität der physikalischen und psychologischen Variablen nicht immer zutrifft. Einer physikalischen Dimension können mehrere psychologische Dimensionen entsprechen.

THURSTONE (1927a,b,c,d, 1928a,b,c, 1929) zeigte, daß viele der klassischen Skalierungsmethoden FECHNERS benutzt werden können, um psychologische Skalen (im Sinne der modernen Psychophysik) zu erstellen. Betrachtet man z. B.

THURSTONEs (1927a) "law of comparative judgment" als Generalisierung von FECHNERS psychophysischer Lösung - sowohl hinsichtlich der Methode der Datengewinnung als auch der Datenanalyse - so gewinnt die Unterscheidung mehr historischen als inhaltlichen Charakter.²¹

Der Begriff der "Ähnlichkeit" tritt beim Übergang von der eindimensionalen zur multidimensionalen²² Psychophysik auf. Dieser Übergang in das allgemeinere multidimensionale Modell (das ja den eindimensionalen Fall mit einschließt), kann aus folgenden Gründen als notwendig erachtet werden:

- 1) wenn man nicht davon ausgeht, daß die zu skalierende Variable isoliert werden kann und/oder die Vpn sie isoliert beurteilen können,
- 2) wenn auf die Annahme verzichtet wird, daß einem eindimensionalen physikalischen Kontinuum ein eindimensionales phänomenales Kontinuum entspricht (vg. MCCOLLOUGH 1958), und
- 3) wenn die zu beurteilenden Reizobjekte nicht einfach, sondern komplex sind.

Ein grundlegender Begriff der multidimensionalen Psychophysik ist die "subjektive Ähnlichkeit" bzw. "subjektive Unähnlichkeit" zweier Reizobjekte. Operational kann die subjektive Ähnlichkeit durch die eindimensionalen Skalie-

²¹Dem Verfasser ist jedoch lediglich eine einzige Hypothese über die Beziehung zwischen einem j.n.d.-Kontinuum und einem Ähnlichkeitskontinuum bekannt. Sie wird von ATTNEAVE (1950, S.549-552) formuliert.

²²An dieser Stelle soll bereits darauf hingewiesen werden, daß der hier verwendete Dimensionsbegriff keineswegs eindeutig ist. Verschiedene mathematische Modelle zur multidimensionalen Psychophysik implizieren verschiedene psychologische Bedeutungen des Strukturbegriffs "Dimension" bzw. "Urteilsdimension" (vgl. 5.3.6.1).

rungstechniken der klassischen Psychophysik definiert werden. Der Unterschied liegt jedoch darin, daß nicht ein spezifiziertes eindimensionales Merkmal, sondern die "subjektive Ähnlichkeit" der Objekte skaliert wird. Dabei stellt sich das Problem der Kombination der m Reizobjektdifferenzen auf den m zugrundeliegenden Dimensionen zu einem globalen Unähnlichkeitsurteil (siehe dazu 5.3.8).

3.1.2 Der Ähnlichkeitsbegriff der NMDS

In diesem Abschnitt wird der Ähnlichkeitsbegriff in formaler Hinsicht in Bezug auf die COOMBSche Datentheorie (COOMBS, DAWES & TVERSKY 1970) und die Arbeiten von SHEPARD (1962a,b) präzisiert.

3.1.2.1 Der Bezug zur COOMBSchen Datentheorie

Dem Datenklassifikationssystem von 1970 gehen leicht abweichende Ansätze zu einer Datentheorie voraus (COOMBS 1952, 1953, 1960, 1964). Strukturleitend für die Klassifikation ist das Axiom 4:

"Every measurement model may be regarded as satisfying each of three dichotomies:

- a) A relation exists on a pair of points, or a pair of pairs of points.
- b) The elements of the pair of points are drawn from two distinct sets (A) or from one set (B).
- c) The relation is either an order (dominance) relation ($>$) or a proximity (consonance) relation (θ)" (COOMBS 1960, S.144).

Die letzten beiden Dichotomien liegen den vier Hauptquadranten des Klassifikationssystems von 1970 zugrunde.

	Dominance matrix	Proximity matrix
(A) Two sets: the off-diagonal submatrix	<u>Quadrant II</u> single stimulus	<u>Quadrant I</u> preferential choice
(B) One set: the intact matrix	<u>Quadrant III</u> stimulus comparison	<u>Quadrant IV</u> similarities

Tab.1: Das COOMBSche Datenklassifikationssystem
(COOMBS, DAWES & TVERSKY 1970, S.35)

Exkurs: Veranschaulichung der vier Quadranten der
COOMBSchen Datentheorie

Quadrant 1: Aus einer Menge von N Vpn (set 1) gibt jede Vp ihre individuelle Präferenzordnung einer Menge von Berufen (set 2) an. Wir erhalten z. B. eine eindimensionale Anordnung der Vpn und der Berufe wie in Abb.4:

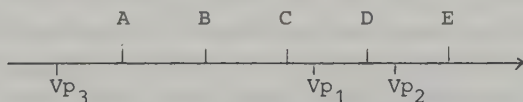


Abb.4: Eindimensionale Anordnung von 5 Berufen (A,...,E) und 3 Vpn. Die Nähe ("proximity") der Punkte einer Vp zu dem die Berufe repräsentierenden Punkten entspricht der Präferenz.

Die entsprechende Matrix enthält Relationen zwischen Elementen aus zwei verschiedenen Mengen, die als "Proximity"-Relationen interpretiert werden können. Damit erfüllt sie

die Charakteristika der Quadrant-I-Matrix. Das zugehörige Datenanalysemodell ist COOMBS' "unfolding theory" (COOMBS 1950).

Quadrant 2: Das Beispiel entstammt der Leistungsmessung: N Vpn (set 1) antworten auf n Aufgaben (set 2) eines Leistungstests. Die Aufgaben können gelöst (1) oder nicht gelöst (0) werden. Anders ausgedrückt, dominiert im ersten Fall die Vp über die Aufgabe, im zweiten Fall die Aufgabe über die Vp. Die resultierende Matrix enthält also Dominanzrelationen zwischen zwei verschiedenen Mengen und entspricht damit einer Quadrant-II-Matrix. Zur Analyse dieser Matrix entwickelte GUTTMAN (1954) die Skalogramm-analyse.

Quadrant 3: Dominanzurteile zwischen Reizen aus einer Menge brauchen nicht weiter exemplifiziert zu werden und sind als Ausgangsdaten für THURSTONES "law of comparative judgment" (1927a) - soweit die Matrix in den Zellen Proportionen enthält - bekannt.

Quadrant 4: Matrizen mit Korrelationskoeffizienten zwischen Einstellungs- oder Verhaltensvariablen sind die bekanntesten Beispiele für Quadrant-IV-Matrizen. Bis 1952 waren Korrelationen bzw. allgemein: Skalarprodukte die einzigen Quadrant-IV-Daten, für die eine Analysetechnik, die Faktorenanalyse, entwickelt war. 1952 ermöglichte TORGERSON durch die metrische MDS die Analyse von Quadrant-IV-Matrizen mit intervallskalierten Distanzen in den Zeilen.

Nach diesem Exkurs ist der Ähnlichkeitsbegriff im Basismodell der NMDS formal zu bestimmen. Er wird dem "proximity"-Begriff der COOMBSschen Datentheorie gleichgesetzt und auf Ähnlichkeiten zwischen Reizobjekten aus einer Reizmenge bezogen. Damit wird deutlich, daß sich das Basis-

modell der NMDS auf die Analyse von Quadrant-IV-Daten bezieht. Dies geschieht - in Bezug auf die analysierbaren Daten - von einem generellen Ansatz her, der die Möglichkeiten von Faktorenanalyse und metrischer MDS beinhaltet und darüber hinausgeht.

Um den COOMBSschen Gedanken klar zu erfassen, muß man sich vor Augen halten, daß das Klassifikationsschema eine Theorie darstellt, d. h. eine von vielen Interpretationsmöglichkeiten vorliegender Daten. Damit in Einklang steht, daß sich Daten unter Umständen nicht nur einem, sondern zwei Quadranten zuordnen lassen.

3.1.2.2 Ähnlichkeit und Unähnlichkeit

Im englischen Sprachgebrauch findet man die Begriffe "proximities", "similarities", "anti-proximities" und "dissimilarities" in wechselnder Bedeutung. Um einerseits diese Begriffe zu ordnen und andererseits eine klare sprachliche Korrespondenz herauszustellen, wird für "proximities" im Sinne von SHEPARD (1962a) und COOMBS (s.o.) "Ähnlichkeit" und als Gegensatz "Unähnlichkeit" im Sinne der "anti-proximities" von CARROLL & WISH (1974) gesetzt. Die oft davon unscharf abgegrenzten Begriffe "similarities" und "dissimilarities" seien als Unterkategorie des Ähnlichkeitsbegriffes verstanden und mit "direkter Ähnlichkeit" bzw. "direkter Unähnlichkeit" gleichgestellt. Demnach umfaßt "Ähnlichkeit" sowohl "direkte Ähnlichkeit" als auch "indirekte Ähnlichkeit". Von "direkter Ähnlichkeit" sprechen wir in einem Urteilsexperiment, in dem von der Vp die direkte Beurteilung der subjektiven Ähnlichkeit von Reizobjekten gemäß der multidimensionalen Psychophysik gefordert wird. Von "indirekter Ähnlichkeit"

sprechen wir im folgenden, wenn von einer Vp die Beurteilung der n Reizobjekte auf p inhaltlichen Skalen verlangt wird, über die ein Zusammenhangsmaß berechnet und als Index der Ähnlichkeit interpretiert wird. Eine Präzisierung dieser Unterscheidung findet sich unter 3.1.2.3.

Ähnlichkeit und Unähnlichkeit stehen in der MDS in einfacher inverser Beziehung. Sie unterscheiden sich lediglich durch das Vorzeichen. Dies entspricht der bereits von James MILL (1829, zit. in GREGSON 1975, S.29) formulierten Ansicht: "Distinguishing differences and similarities is the same thing: a similarity being nothing but a slight difference." Diese Festlegung ist wohl nicht zuletzt auf die damit erreichte einfache Beziehung zwischen Ähnlichkeit und Distanz im räumlichen Modell zurückzuführen. Somit ergibt sich der Satz MM 3.

$$\text{MM 3: } \gamma_{ij} = f_m^{-1}(\delta_{ij})$$

mit γ_{ij} = Ähnlichkeit der Reizobjekte i und j

δ_{ij} = Unähnlichkeit der Reizobjekte i und j und

$f_m^{-1}(\delta_{ij})$ = monoton fallende Funktion von δ_{ij} .

An dieser Stelle sei der verbal formulierte Satz MM 1 formal präzisiert:

$$\text{MM 1: } \delta_{ij} = f_m(d_{ij})$$

mit d_{ij} = euklidische Distanz der Punkte i und j
im m-dimensionalen Raum und

$f_m(d_{ij})$ = monoton steigende Funktion von d_{ij} .

Aus MM 1 und MM 3 folgt:

$$\gamma_{ij} = f_m^{-1}(f_m(d_{ij}))$$

Der allgemein unreflektiert als gültig angenommene Satz MM 3 ist kaum überprüft worden. In einer älteren Unter-

suchung von HOLLINGWORTH (1913) konnte bei der Beurteilung von Handschriften diese einfache Entsprechung der direkten Ähnlichkeits- und direkten Unähnlichkeitsurteile nicht gefunden werden. Das würde die Aufgabe der direkten Ähnlichkeitsurteile zugunsten direkter Unähnlichkeitsurteile nahelegen, um das Problem der Neubestimmung der Funktion in MM 3 zu umgehen. Solange jedoch keine aus systematischen Untersuchungen ableitbare Falsifikation von MM 3 vorliegt, kann dies nur als Hinweis auf eine meist nicht explizierte Annahme und auf die noch zu leistende Überprüfung in verschiedenen Urteilkontexten verstanden werden: "Much, then, of what I have said of difference...will apply, with a simple change of language, to resemblance (similarity) as well." (W. JAMES 1890)

3.1.2.3 Die Messung der Ähnlichkeit²³

Im Kontext der NMDS muß von "Ähnlichkeit" gefordert werden, daß sie - zumindest in einigen psychologischen Zusammenhängen - meßbar ist.²⁴ NOBLE (1957) versuchte nach-

²³ Untersuchungen, in denen zum selben Gegenstand mehrere Ähnlichkeitsmessungen erhoben und verglichen wurden, finden sich bei NORDENSTRENG (1968), HENLEY (1969), WISH (1970), und ARNOLD (1971). Als Modell zur Skalierung von Ähnlichkeitskoeffizienten in einen gemeinsamen "Koeffizienten-Raum" erweist sich der INDSCAL-Ansatz von CARROLL & CHANG (1970) als nützlich, sobald man an Stelle der individuellen Ähnlichkeitskoeffizienten skaliert. Damit gelangt man zu einer dimensionsanalytischen Interpretation und Präzision des Begriffes der "konvergenten Validität". Dieser Gedanke ist meines Wissens noch nicht verfolgt worden.

²⁴ Es wird hier nicht zwischen Messung und Skalierung getrennt, wie es bei COOMBS (1951) geschieht: "I shall use the term measurement to apply to the use of ratio or interval scales and the term scaling to the other kinds of scales such as ordinal and nominal scales." (S.483)

zuweisen, daß Ähnlichkeit nicht die Basis von Messung sein kann. Seine Darstellung ist jedoch "fundamentally so confused that it is as well that it has had so little influence. It appears to have nothing to discourage experimental studies of similarity measurement, perhaps even the reverse." (GREGSON 1975, S.43)

Aus MM 1 folgt, daß in der NMDS über Ähnlichkeitsmaße lediglich ordinale Annahmen getroffen werden. Das heißt, die Messung der Ähnlichkeit kann auf dem für die meisten Urteilssituationen und Vpn adäquaten Niveau einer Ordinalskala geschehen.

Als Grundlage einer Klassifikation der Ähnlichkeitsmessung werden die Quadrant-IV-Daten im folgenden nach zwei Dichotomien unterschieden: direkte vs. indirekte Ähnlichkeitsmessung²⁵ und Urteilsdaten (im Sinne von CATTELLs (1965) L-Daten aus Fremdbeurteilungen und Q-Daten) vs. Verhaltensdaten (im Sinne von CATTELLs T-Daten).

		Ähnlichkeitsmessung	
		direkt	indirekt
Daten-basis	Urteils-verhalten	direkte Ähnlichkeitsmessung	indirekte Ähnlichkeitsmessung
	sonstige Verhaltensbereiche	direkte Verhaltensmessung (als Ähnlichkeitsmessung interpretiert)	indirekte Verhaltensmessung (als Ähnlichkeitsmessung interpretiert)

Tab.2: Klassifikation der Operationalisierungen des Ähnlichkeitsbegriffs.

²⁵ Diese Einteilung darf nicht verwechselt werden mit der

Zu den vier operationalen Klassen werden im folgenden Meßvorschriften für die in der NMDS-Literatur am häufigsten genannten Ähnlichkeitsmessungen angegeben. Gemäß dem eingangs dargelegten Gedanken erweist sich jedoch die Bestimmung eines Ähnlichkeitsmaßes nicht primär als Sache statistischer Konvention oder rein methodischer Erwägungen, sondern muß im Kontext einer Theorie über Urteilsverhalten geschehen. Die Adäquatheit aller nachstehenden Operationalisierungen des Ähnlichkeits-Begriffs in Bezug auf das in Kap. 5 formulierte "Modell der subjektiven Urteilsräume" wird in Kap. 6 überprüft.

3.1.2.3.1 Direkte Ähnlichkeitsmessung²⁶

Instruiert man Vpn, die subjektive Ähnlichkeit von Reizpaaren zu beurteilen, so werden die Urteilsdaten als "direkte Ähnlichkeitsmaße" bezeichnet. Zu unterscheiden ist hier zwischen "disjoint-" und "conjoint-"Urteilen (GREEN & CARMONE 1970). Letztere beziehen sich auf Ähnlichkeitsurteile zwischen Paaren von Paaren (i,j) und (k,l), die ein gemeinsames Reizobjekt haben. Es gilt also: $i = k$ oder $j = l$. Erstere unterliegen dieser Restriktion nicht. Diese Unterscheidung hängt eng zusammen mit der Transitivität der Urteile (vgl. 5.3.9.3).

Unterscheidung zwischen direkten und indirekten Urteilsmethoden bei SIXTL (1967). Es sei hier auf die unter 3.1.2.2 vorgenommene Begriffsbestimmung verwiesen.

²⁶Einen umfassenden Überblick gibt die Lektüre von TORGERSON (1958), SIXTL (1967), ATTNEAVE (1950), BOORMAN & ARABIE (1972) und GREGSON (1975).

1. Die Methode der Tetraden²⁷

Aus allen $\binom{n}{2}$ Paaren der n Reizobjekte werden wiederum Paare gebildet, also

$$(n(n-1)/2)(n(n-1)/2-1)/2 = (n^4 - 2n^3 - n^2 - 2n)/8$$

Paare von Paaren. Die Vp erhält jeweils zwei Paare (i,j), (k,l) vorgelegt und wird instruiert zu beurteilen, in welchem der beiden Paare die Ähnlichkeit der Reizobjekte größer ist. Der Arbeitsaufwand der Vpn ist für großes n beträchtlich.

2. Die Methode der sukzessiven Kategorien

(auch "method of graded dichotomies" genannt (ATTNEAVE 1949)).

Die Vp bekommt die $\binom{n}{2}$ Reizobjektpaare vorgelegt und wird instruiert, die Ähnlichkeit jedes Paares auf einem eindimensionalen Ähnlichkeitskontinuum einzuschätzen. Der Differenzierungsgrad der Ähnlichkeitsskala wird vorher vom Versuchsleiter bestimmt.

3. Die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung

Sie ist eine nonmetrische Form der Methode der gleicherscheinenenden Intervalle (THURSTONE & CHAVE 1929). Die Vp bekommt n Reizobjekte vorgelegt, die sie so in Kategorien aufzuteilen hat, daß jedes Reizobjekt in einer Kategorie zu allen anderen der gleichen Kategorie ähnlicher er-

²⁷ Die Methode der Tetraden wird - ebenso wie die Methode der Triaden - in der Literatur (z. B. GREEN & CARMONE 1970) stillschweigend unter Quadrant-IV-Daten eingeordnet. Im Zusammenhang mit der MDS handelt es sich bei beiden Methoden jedoch genaugenommen um Dominanzurteile hinsichtlich der Ähnlichkeit, die im Sinne der COOMBSschen Datentheorie als Quadrant-II-Daten interpretiert werden sollten. In diesen Methoden wird der Übergang von Dominanz- zu Ähnlichkeitsdaten als Funktion einer theoretischen Interpretation im Sinne von THURSTONES "law of comparative judgment" deutlich.

scheint als zu irgendeinem Reizobjekt einer anderen Kategorie. Im Gegensatz zur Methode der gleicherscheinenden Intervalle braucht nicht von der Vpn gefordert zu werden, daß die Kategorien jeweils subjektiv gleich²⁸ breit sein sollen.

Die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung ist eng verwandt mit der Methode der sukzessiven Intervalle, erlaubt jedoch im Unterschied dazu eine nachträgliche Korrektur bereits gegebener Zuordnungen von Reizobjekten zu Kategorien durch die Vp.

Aus Gründen der methodischen Möglichkeiten mußte diesen drei Vorgehensweisen in der früheren Psychophysik und noch bei TORGERSON (1958) unterstellt werden, daß sie intervallskalierte Urteile, bei der Methode der gleicherscheinenden Intervalle auch ratioskalierte Urteile, ermöglichen. Im Kontext der NMDS braucht dagegen lediglich die Annahme eines ordinalen Urteilsvermögens der Vpn getroffen zu werden. Die Methoden 1. bis 3. sind disjoint-Methoden. Der beträchtliche Arbeitsaufwand für großes n (z. B. bei der Methode der Tetraden) kann durch den Übergang auf die im folgenden dargestellten conjoint-Methoden verringert werden. Letzteren liegt die Annahme transitiver Urteile zugrunde.

4. Die Methode der Triaden

Diese Versuchsanordnung geht auf RICHARDSON (1938) zurück. Aus den n Reizobjekten werden

$$\binom{n}{3} = n(n-1)(n-2)/6$$

Tripel gebildet. Der Vp wird je ein Tripel vorgelegt, und sie wird aufgefordert anzugeben, welche beiden die ähnlichsten und welche beiden die einander unähnlichsten

²⁸ und nicht "physikalisch gleich" wie in dem irreführenden Beispiel von SIXTL (1967, S.146) zur Methode der gleicherscheinenden Intervalle.

Reizobjekte im Tripel sind. Weitere Versionen finden sich bei TORGERSON (1958).

5. Die Methode der multiplen Rangordnungen

Die Vp erhält jeweils eines der n Reizobjekte als Bezugsreiz und wird instruiert, alle verbleibenden $n - 1$ Reizobjekte hinsichtlich ihrer Ähnlichkeit zu dem Bezugsreiz in eine Rangfolge zu bringen. Diese Methode ist bei KLINGBERG (1941) beschrieben.

Die Methoden 4. und 5. verlangen wiederum lediglich ordinale Urteile von den Vpn.

Bisher erfolgte die Darstellung der Methoden zur Ähnlichkeitsmessung nur unter Berücksichtigung der Versuchsanordnung. Die Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs wird jedoch durch einen zweistufigen Vorgang erreicht. Die erste Stufe stellt die Definition einer Versuchsanordnung (siehe die Methoden 1. bis 5.) dar, in der die Urteile erhoben werden. In der zweiten Stufe ist eine mathematische Operation definiert, über die die Ähnlichkeitskoeffizienten aus den Urteilsdaten berechnet werden. Auf die Bestimmung dieser Ähnlichkeitsmaße wurde bis zu dieser Stelle nicht eingegangen.

Im folgenden soll kurz aufgezeigt werden, wie die den Versuchsanordnungen angemessenen ordinalen Annahmen über das Urteilsvermögen der Vp unterlaufen werden können, indem mit der Definition des Ähnlichkeitskoeffizienten dennoch metrische Annahmen mit eingehen.

Die Versuchsanordnungen 1. bis 5. ergeben verschiedene Arten von Daten im Sinne der COOMBSschen Datentheorie. Die Methode der Tetraden und die Methode der Triaden führen zu Dominanzmatrizen. Zur Bestimmung von intervall-

skalierten Unähnlichkeitsmaßen aus den Tetraden-Vergleichen über THURSTONES "law of comparative judgment" (vgl. TORGERSON 1958, Kap.9) müssen Verteilungsannahmen getroffen werden (vgl. 6.1.1). TORGERSON (1958, S. 263-268) gibt eine entsprechende Methode zur Transformation der Dominanzurteile aus den Triaden-Vergleichen auf intervallskalierte Unähnlichkeitsmaße an.

Die Methode der sukzessiven Intervalle liefert dagegen bereits ordinal skalierte Ähnlichkeits- bzw. Unähnlichkeitsmaße. Wird über Versuchspersonen und/oder über Versuchswiederholungen aggregiert, so bieten sich mindestens drei Möglichkeiten zur Definition eines Ähnlichkeitsmaßes an: 1. gemäß THURSTONES "law of comparative judgment" (a.a.O.)
2. als arithmetisches Mittel und
3. als Modalwert.

Bei der Methode der Ähnlichkeitsgruppierung wird der Anteil des gemeinsamen Auftretens zweier Reizobjekte in einer Kategorie als ordinale Messung der Ähnlichkeit betrachtet. (vg. ROSENBERG, NELSON & VIVEKANANTHAN 1968, WISH, DEUTSCH & BIENER 1970)

Bei der Methode der multiplen Rangordnungen werden die Anteile p_{kij} bestimmt, mit denen das Objekt k ähnlicher dem Objekt i als dem Objekt j eingeschätzt wurde und nach dem oben erwähnten Verfahren von TORGERSON (1958, S.263-268) auf intervallskalierte Unähnlichkeiten transformiert.

3.1.2.3.2 Indirekte Ähnlichkeitsmessung²⁹

Schätzen V_p n Reizobjekte auf jeweils p inhaltlichen Skalen (keine Ähnlichkeitskontinua) ein und wird ein Maß für die Übereinstimmung der Profile bestimmt, so kann das

²⁹Zu einer umfassenden Darstellung sei auf CRONBACH & GLESER (1953), GOODMAN & KRUSKAL (1958), CATTELL, COULTER & TSUJIOKA (1966) und BAUMANN (1971) verwiesen.

abgeleitete Maß als indirekte Ähnlichkeitsmessung interpretiert werden. Die Versuchsanordnung bleibt dabei für die Ableitung verschiedener indirekter Maße konstant.

1. Der generalisierte Satz von Pythagoras

Er wird in der Literatur auch als "Profildistanz" nach CRONBACH & GLESER (1953) bezeichnet:

$$D_{ij} = \left[\sum_{h=1}^p (x_{ih} - x_{jh})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Dieses Maß ist gegenüber allen drei Profilaspekten "sensibel": es reflektiert sowohl Mittelwerts-, Streuungs- als auch Verlaufsunterschiede in den Profilen.

2. Die Produktmomentkorrelation (PMK)

Sie reflektiert von den drei genannten Aspekten lediglich Unterschiedlichkeiten in den Profilverläufen:

$$PMK_{ij} = \frac{\sum_{h=1}^p (x_{ih} - \bar{x}_i) (x_{jh} - \bar{x}_j)}{p s_i s_j}$$

3.1.2.3.3 Direkte Verhaltensmessung

Ein gemessenes Verhalten (z.B. Verwechslungsfehler in einem Wahrnehmungsexperiment) kann als Maß für die Ähnlichkeit der Reizobjekte interpretiert werden. Dieses Vorgehen ist demjenigen unter 3.1.2.3.1 verwandt, da hier wie dort von einer einzigen Variablen ausgegangen wird, über die der mehrdimensionale Urteilsraum entfaltet wird.

1. Die Reaktionszeit

Der Vp wird jeweils eines der $\binom{n}{2}$ Reizpaare dargeboten und sie soll angeben, welches der beiden Reizobjekte größer (schwerer, schöner etc.) ist. Die Latenzzeit der Reaktion

der Vp bei der Beurteilung des Reizpaares (i,j) wird als Maß der Ähnlichkeit von i und j interpretiert. Die Hypothese eines Zusammenhangs zwischen Reaktionszeit und S konnte von FLYNN (1943) für Tonhöhen sowie von SHIPLEY et al. (1945, 1946) für den "ästhetischen Wert" von Farben empirisch gestützt werden.

2. Das gemeinsame Auftreten von Reizobjekten

Die Häufigkeit des gemeinsamen Auftretens (co-occurrence) von Reizobjekten kann als Indikator für deren Ähnlichkeit interpretiert werden. Die Anwendung von Maßen des gemeinsamen Auftretens auf die Bestimmung der Ähnlichkeit von Beschreibungsbegriffen in der Personenbeurteilung wird unter 7.2.1 und 7.2.2 ausgeführt und diskutiert.

3.1.2.3.4 Indirekte Verhaltensmessung

Werden an n Reizobjekten p objektive Variable (im Sinne von CATTELLs T-Daten) gemessen und ein Zusammenhangsmaß abgeleitet, so kann dieses als indirekte Messung der Ähnlichkeit interpretiert werden. Die Variationsbreite der Maße entspricht den Ausführungen unter 3.1.2.3.2. Auf dem Gebiet der Psychologie liegt m. W. noch keine Anwendung der indirekten Verhaltensmessung über NMDS vor. Dagegen bildet gerade diese Form der Ähnlichkeitsmessung die Datenbasis der MDS und taxometrischer Methoden in der Archäologie, Geographie und Geschichtswissenschaft (HODSON, KENDALL & TAUTU 1971) sowie in den taxonomischen Fragestellungen der Biologie (SOKAL & SNEATH 1963, SNEATH & SOKAL 1962, 1973).

3.1.3 Zusammenfassung

Ausgangsdaten des Basismodells der NMDS sind Ähnlichkeitsmaße zwischen Reizobjektpaaren. Der Ähnlichkeitsbegriff wurde im Sinne der Datentheorie von COOMBS formal definiert. Es wurde der Standpunkt vertreten, daß Daten nicht Ähnlichkeitsmaße "sind", sondern als solche theoretisch interpretiert werden. Diese theoretische Interpretation kann jedoch nur auf dem Hintergrund eines psychologischen Modells über Urteilsverhalten geschehen. Die operationalen Definitionen der Ähnlichkeit sind unter 3.1.2.3 nach vier Typen klassifiziert und exemplarisch belegt worden. Die Modelladäquatheit dieser Messungen als Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs im Modell der subjektiven Urteilsräume, das in Kap. 5 expliziert wird, kann erst im Anschluß daran, in Kap. 6, entschieden werden. Die theoriebezogene Betrachtungsweise der Adäquatheit von Ähnlichkeitsmessungen stellt sich deutlich gegen eine Position, wie sie sich in der theoriearmen Operationalisierungsvielfalt der empirischen und theoretischen NMDS-Literatur (vgl. Kap. 6) zeigt und wie sie beispielsweise von COXON (1976) vertreten wird: "There is virtually nothing which, correctly viewed, cannot be considered a similarity measure." Derartige Formulierungen weisen darauf hin, daß die in der eingangs formulierten Prämisse enthaltene Implikation von NMDS-Modell und psychologischem Urteilsmodell nicht berücksichtigt wird. Die sich daraus ergebende Konsequenz der Ableitung der Ähnlichkeitsmessung aus dem psychologischen Urteilsmodell wird (vgl. Kap. 6) also nicht gezogen.

3.2 Der Begriff der "Distanz"

Das Basismodell der NMDS enthält den euklidischen Distanzbegriff. Als Sonderfall einer metrischen Distanz genügt die Distanz im euklidischen Raum den Axiomen für metrische Distanzen. Ein metrischer Raum ist eine mathematische Struktur aus einer Menge A und einer Funktion d. Die Funktion d ordnet jedem Paar (i,j) von Elementen aus A eine reelle Zahl d_{ij} zu, so daß gilt:

MM 4 : $d_{ij} \geq 0$ (Positivdefinitheit)

MM 5 : $d_{ij} = 0$ genau dann, wenn $i=j$

MM 6 : $d_{ij} = d_{ji}$ (Symmetrie)

MM 7 : $d_{ij} + d_{ik} \geq d_{jk}$ (Dreiecksungleichung)

Distanzen, welche nur MM 4 - MM 6 genügen, heißen semimetrisch. Die euklidische Distanz ist definiert durch:³⁰

$$\text{MM 8 : } d_{ij} = \left[\sum_{e=1}^m (x_{ie} - x_{je})^2 \right]^{1/2}$$

wobei e = allgemeiner Index der Dimensionen

m = Anzahl der Dimensionen und

x_{ie} = Projektion des Punktes i auf die Dimension e ist.

Satz MM 8 hat einige für das psychologische Modell bedeutsame Konsequenzen, die als weitere Modellsätze aufgeführt werden:

MM 9 : Die euklidischen Distanzen d_{ij} sind invariant gegenüber orthogonalen Rotationen des Koordinatensystems:

³⁰ Die hier explizierten Sätze des mathematischen Modells sind nicht wechselseitig voneinander unabhängig. So impliziert z.B. MM 8 die Sätze MM 4 bis einschließlich MM 7, jedoch nicht umgekehrt.

$$\left[\sum_{e'=1}^m (x_{ie'} - x_{je'})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{e=1}^m (x_{ie} - x_{je})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

wobei e' zu e orthogonal rotierte Dimensionen sind.

MM 10 : Die euklidischen Distanzen d_{ij} sind invariant gegenüber einer Reflexion an einer Koordinatenachse.

MM 11 : Die euklidischen Distanzen d_{ij} sind invariant gegenüber einer additiven Transformation (Translation):

$$d_{(i+c)(j+c)} = d_{ij}$$

wobei c eine Konstante ist.

MM 12 : Die euklidischen Distanzen d_{ij} ändern sich gemeinsam mit dem Faktor c bei multiplikativer Transformation durch den Faktor c :

$$d_{(i \cdot c)(j \cdot c)} = c \cdot d_{ij}$$

3.3 Die Distanzfunktion

Wir bezeichnen als "Distanzfunktion" eine Funktion f , welche die Unähnlichkeitsmaße δ_{ij} in die Distanzen d_{ij} überführt:

$$d_{ij} = f(\delta_{ij})$$

So gibt beispielsweise THURSTONE's "law of comparative judgment" eine Distanzfunktion an. In der klassischen eindimensionalen Psychophysik entspricht dieser Funktion die psychophysische Funktion. Wie aus den Ergebnissen der Psychophysik bekannt ist, sind lineare Funktionen in vielen Fällen unangebracht, bzw. lassen sich nur für

kleine Teilbereiche der Funktion f als Approximation verwenden. Die Annahme einer linearen Distanzfunktion f_1

$$d_{ij} = f_1 (\delta_{ij})$$

liegt der metrischen MDS zugrunde. Auf die Problematik dieser Annahme im Kontext der empirischen Ähnlichkeitsurteile weist bereits ATTNEAVE hin:

"The author believes that most of the difficulties encountered arise from a single assumption which has been made in order that the data might be treated metrically; that is that the 'distances' along any one psychological dimension are linearly additive. This assumption is nearly enough correct over limited ranges of variation to serve as a very useful approximation, but as a general law it is unacceptable." (ATTNEAVE 1950, S.549).

Gleichzeitig spricht COOMBS besonders im Zusammenhang mit dem Unfolding-Modell, wiederholt dieses Grundproblem der Messung psychologischer Variablen an:

"The greater part of statistics is concerned with numbers to which the operations of arithmetic can be validly applied. There is reason to believe that in social and psychological data some of the axioms of arithmetic are not satisfied and, if this is the case, weaker axiomatic systems like partially ordered sets (posets), should be used..." (COOMBS 1951, S.480)

Shepard (1962a,b) konnte in einem "almost unbelievable breakthrough" (McFARLAND & BROWN 1973, S.243) erstmals zeigen, daß die Annahme einer monotonen steigenden Distanzfunktion f_m

MM 1 : $d_{ij} = f_m (\delta_{ij})$

zusammen mit dem Konzept der Minimaldimensionalität³¹ hinreichend ist für eine eindeutige³² Repräsentation im euklidischen Raum. Darüberhinaus kann der Verlauf der Distanzfunktion empirisch bestimmt werden und braucht nicht, wie z.B. durch das "law of comparative judgment" (THURSTONE 1927a) a priori angenommen zu werden. Das Basismodell der NMDS postuliert eine monotone Distanzfunktion, schließt also den Fall einer linearen Funktion f_1 als Spezialfall mit ein. Zu unterscheiden sind dabei:

a) schwache Monotonität:

$$\text{wenn } \delta_{ij} < \delta_{kl}, \text{ dann } d_{ij} \leq d_{kl}$$

b) starke Monotonität:

$$\text{wenn } \delta_{ij} < \delta_{kl}, \text{ dann } d_{ij} < d_{kl}$$

Aufgrund dieser Allgemeinheit der theoretisch angenommenen Funktion f_m liegt es nahe, die NMDS als "Basismodell" aller MDS-Modelle anzusehen.

3.4 Exkurs: Der Algorithmus der NMDS³³

In "Psychometric Theory" äußert sich NUNNALLY über den Algorithmus der NMDS wie folgt: "...these methods are 'frightening' because they replace rational methods for

³¹ siehe dazu MM 2

³² siehe dazu SHEPARD (1966) sowie das "Uniqueness"-Problem (SUPPES § ZINNES 1963, S.8ff und COOMBS et al. 1970, S. 14ff).

³³ Auf die Darstellung der mehr technischen Aspekte sowie der Unterschiedlichkeit der Ansätze von SHEPARD (1962a,b), KRUSKAL (1964a,b), GUTTMAN-LINGOES (LINGOES 1965, GUTTMAN 1968), MCGEE (1966, 1968), YOUNG & TORGERSON (YOUNG 1968a,b) u.a. wird hier nicht eingegangen, da sie im Kontext der Modellbildung vernachlässigbar sind. Siehe dazu GIGERENZER (1974, 1977b) und AHRENS (1974).

obtaining distance with the brute force of mathematical methods." Der iterative Algorithmus von KRUSKAL (1964a,b), auf dem alle späteren Ansätze aufbauen, läßt sich in folgende Schritte gliedern:

- 1) Festlegung der Dimensionalität m .
 - 2) Festlegung der Ausgangskonfiguration mit n Punkten in der Dimensionalität m .
 - 3) Berechnung der Distanzen d_{ij} nach der euklidischen Distanzformel.
 - 4) Berechnung eines Maßes für die Abweichung von der Monotonitätsbedingung $d_{ij} = f_m(\delta_{ij})$. Dieses Maß für den "badness of fit" nennt KRUSKAL "Stress".
 - 5) Iteration zur Minimierung des Stress. Die Iteration ergibt eine neue Konfiguration der n Punkte in der Dimensionalität m .
 - 6) Phase 2) bis 5) wird solange wiederholt, bis durch das Erreichen eines Kriteriums, z.B. das Auffinden eines Stress-Minimums, der iterative Prozeß beendet wird. Mit der letzten Iteration sind die n Punkte durch ihre Koordinaten auf den m Dimensionen bestimmt. Der räumlichen Konfiguration ist ein Maß für die Anpassungsgüte, ein Stresswert, zugeordnet.
 - 7) Phase 1) bis 6) wird beliebig oft durchlaufen, wobei jeweils ein anderer Wert für m festgelegt wird. Es wird dabei in der Folge $m, m-1, m-2$, usw. vorgegangen. Aus der Lösungskonfiguration der Dimensionalität m wird dabei die Ausgangskonfiguration für die Analyse in der Dimensionalität $m-1$ berechnet.
 - 8) Aus der Funktion zwischen Dimensionalität m und Stress wird die optimale Konfiguration bestimmt (vgl. Abb.5).
- Die Grundidee des Algorithmus besteht darin, daß Information über die Rangordnung von Paaren (in der COOMBSschen

Terminologie eine "ordered metric") nachweisbar³⁴ hinreichend für die Bestimmung der Koordinaten der Reizobjekte in einem metrischen Raum ist. Eine notwendige Bedingung dafür ist, daß die Anzahl n der Reizobjekte relativ zur Anzahl m der Dimensionen groß ist.

Der Begriff "ordered metric" bzw. "geordnete Metrik" bezeichnet ein Skalenniveau, das in der Einteilung von STEVENS (1951) nicht berücksichtigt ist. Das Skalenniveau einer "geordneten Metrik" läßt sich (in der Terminologie von STEVENS 1951) zwischen Ordinal- und Intervallniveau einfügen. Es bildet einen fünften, eigenständigen Skalensbegriff neben Nominal-, Ordinal-, Intervall- und Verhältnisskala, dessen Nützlichkeit sich im Zusammenhang mit der Entwicklung nonmetrischer Skalierungsmodelle zeigte. Unter Verwendung der in Kap.2 eingeführten Terminologie wird folgende Definition gegeben:

Ein System $S = \{A, R\}$ heißt genau dann eine Skala mit dem Niveau einer "geordneten Metrik", wenn A eine Objektmenge bildet und für die Relation R gilt:
 R ist eine vierstellige Relation auf A und kann für je zwei Objektpaare $(a, b) \in A$ und $(c, d) \in A$ einen der folgenden Werte annehmen:

$$(a, b) > (c, d) \\ \text{oder} \quad (a, b) < (c, d) \quad .$$

KRUSKALs Stress ist definiert durch:

$$\text{Stress}_1 = (S^*/T^*)^{\frac{1}{2}} \\ \text{Stress}_2 = (S^*/U^*)^{\frac{1}{2}}$$

³⁴siehe z.B. SHEPARD (1966). In seinen Monte-Carlo-Studien erhielt er zwischen bekannten und von der NMDS reproduzierten Distanzen für $m=2$ und $n=8$ mittlere PMKs von $r=.99$ (!).

Dabei gilt: $S^* = \sum_{i < j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2$,

$$T^* = \sum_{i < j} d_{ij}^2 \quad \text{und} \quad U^* = \sum_{i < j} (d_{ij} - \bar{d})^2,$$

wobei $\hat{d}_{ij}$ durch folgende zwei Bedingungen definiert ist:

a) $\hat{d}_{ij}$ ist monoton zu δ_{ij}

b) $\sum_{i < j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2 = \text{Minimum}^{35}$

und: $\bar{d} = 2 \sum d_{ij} / n(n-1)$.

Stress₁ wird im Kontext des Basismodells gebraucht, Stress₂ bei Verallgemeinerung auf Rechtecksmatrizen, konditionale Matrizen sowie bei fehlenden Daten. Wenn nicht ausdrücklich vermerkt, beziehen wir uns im folgenden immer auf Stress₁.

Zur Bestimmung der Dimensionalität der Konfiguration in 8) können vier Gesichtspunkte voneinander abgegrenzt werden:

- a) Die Funktion zwischen Stress und der Anzahl der Dimensionen: sie hat im Idealfall einen Ellenbogenknick (siehe Abb:5), der die optimale Anzahl der Dimensionen angibt. Diese Vorgehensweise entspricht der Bestimmung der Faktorenzahl über das Eigenwertdiagramm in der Faktorenanalyse. Obwohl bei Reizobjekten mit bekannten physikalischen Korrelaten sich der erwünschte scharfe Knick an der passenden Dimensionalität zeigt, ist dies

³⁵Die $\hat{d}_{ij}$ entsprechen den Schätzvariablen im regressionsanalytischen Modell (vgl. GAENSSLEN & SCHUBOE 1973) mit dem Unterschied, daß es sich hier um eine monotone Regression handelt. Die $\hat{d}_{ij}$ können leicht von Hand errechnet werden, da die Minimierung über die Methode der kleinsten Quadrate einer sukzessiven Mittelwertbildung entspricht (vgl. GIGERENZER 1977b).

bei anderen Reizobjekten gewöhnlich nicht der Fall.

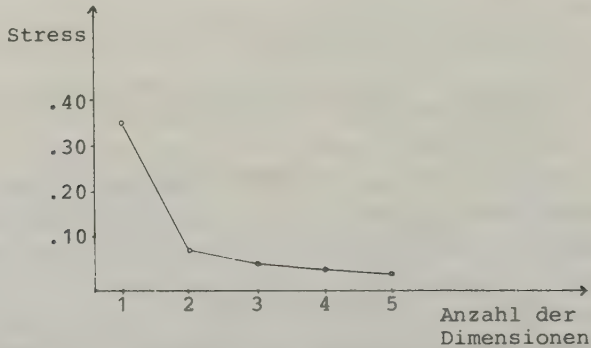


Abb. 5: Funktion zwischen Stress und Anzahl der Dimensionen.

- b) Die Reliabilität der Lösung: sie kann z.B. über die Korrelation der Punktprojektionen auf entsprechenden Achsen für unabhängige Stichproben der gleichen Population abgeschätzt werden.
- c) Die Anschaulichkeit der Konfiguration ($m \leq 3$).
- d) Die psychologische Interpretierbarkeit: ist die Anzahl der geschätzten Parameter zu groß und enthalten diese beträchtliche Fehleranteile, so wird die psychologische Interpretierbarkeit beeinträchtigt. Objektive Hilfstech-niken zur Interpretation werden unter 3.5.4 abgehandelt.

3.5 Offene Probleme und deren Lösungsmöglichkeiten

In diesem Abschnitt werden vier Problemkreise abgehandelt: die Messung der Güte der Anpassung, lokale Minima, degene-rierte Konfigurationen und das Interpretationsproblem.

3.5.1 Zur Messung der Güte der Anpassung: der Stress³⁶

3.5.1.1 Zur Interpretation des Betrags des Stress-Koeffizienten

KRUSKAL (1964a, S.3) gibt zur Bewertung des in Prozent ausgedrückten Stress folgende Klassifikation an:

<u>Stress in %</u>	<u>Güte der Anpassung</u>
20%	poor
10%	fair
5%	good
2,5%	excellent
0%	perfect

KRUSKALs Klassifikation kann jedoch nur als "grobe Faustregel" bezeichnet werden, da der Betrag des Stress mindestens von 8 weiteren Parametern abhängt:

1. Je größer die Anzahl der Reizobjekte, desto größer der Betrag des Stress.
2. Je kleiner die Anzahl m der Dimensionen, desto größer der Betrag des Stress.
3. Tritt "strenge Monotonität" an die Stelle von "schwacher Monotonität", so wird der Betrag des Stress größer.
4. Tritt die "sekundäre Vorgehensweise" bei Rangbindungen an die Stelle der "primären Vorgehensweise", so wird der Betrag des Stress größer.
5. In Abhängigkeit von der Wahl der Ausgangskonfiguration verändert sich der Betrag des Stress.

³⁶Das hier Gesagte betrifft in gleicher Weise alternative Maße der Anpassungsgüte wie bei GUTTMAN (1968) und JOHNSON (1973). Auf die mathematischen Zusammenhänge zwischen verschiedenen Maßen der Anpassungsgüte gehen KRUSKAL & CARROLL (1969, S.650ff) und YOUNG (1972, S.80ff) ein.

6. Für Daten mit prägnanten Clusterstrukturen ist der Betrag des Stress kleiner.
7. Für reliable Daten, d. h. bei kleiner "Fehlervarianz"³⁷, ist der Betrag des Stress kleiner.
8. Nicht-symmetrische Matrizen weisen gegenüber symmetrischen Matrizen einen größeren Betrag des Stress auf.

ad 1. und 2.: Die Abhängigkeiten sind unmittelbar plausibel. Die Anzahl n ist eine wichtige unabhängige Variable für die Beurteilung des Stress über Monte-Carlo-Studien (siehe 3.5.1.2).

ad 3.: Siehe dazu 3.3

ad 4.: Die primäre Vorgehensweise ist definiert durch:

wenn $\delta_{ij} = \delta_{kl}$, dann $d_{ij} \geq d_{kl}$ oder $d_{ij} < d_{kl}$

Die sekundäre Vorgehensweise ist definiert durch:

wenn $\delta_{ij} = \delta_{kl}$, dann $d_{ij} = d_{kl}$

ad 5.: Verschiedene Modi der Erstellung der Ausgangskonfiguration (siehe 3.4) ergeben unterschiedliche Stresswerte. Gleichzeitig erhält man jedoch mit ein und demselben Modus verschiedene Stresswerte, je nach der Dimensionalität, in der die Analyse beginnt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Ausgangskonfiguration der Analyse in der Dimensionalität $m-1$ aus der Lösungskonfiguration der Analyse in der Dimensionalität m berechnet wird. Der iterative Prozeß beginnt also - je nach der Dimensionalität der ersten Ausgangskonfiguration - mit unterschiedlich guten Ausgangskonfigurationen. Tab.3 veranschaulicht die Größenordnung der Variation der Stresswerte in Abhängigkeit von der Dimensionalität m , in der die NMDS begonnen wird:

³⁷ Die Anführungszeichen kennzeichnen eine auf die Zuverlässigkeit von ordinalen Daten übertragene Bedeutung des Begriffs "Fehlervarianz".

Betrag des Stress			
m	(1)Beginn der NMDS bei m=6	(2)Beginn der NMDS bei m=3	Differenz (2)-(1)
6	.0355		
5	.0577		
4	.0882		
3	.1347	.1397	+.0050
2	.2074	.2080	+.0006
1	.3530	.3558	+.0028

Tab.3: Betrag des Stress in Abhängigkeit von der Dimensionalität, in der die Analyse einsetzt. Die Werte entstammen einer NMDS des Verfassers mit $n = 21$ und $r = 2$ über das NMDS-Programm MINISSA.³⁸

Die Unterschiede zeigen sich erst in der dritten Dezimalstelle, sie liegen also für den in Prozent ausgedrückten Stress in der Größenordnung von Promillen. Die Differenzen in Tab. 3 sind relativ zur Variation der Stresswerte in Abhängigkeit von m vernachlässigbar klein. Es muß jedoch angemerkt werden, daß der absolute Betrag der Differenz von der vor der Analyse festgelegten Grenzzahl der Iterationen abhängig ist. Läßt man beispielsweise aus ökonomischen Gründen - nur eine kleine Anzahl von Iterationen zu, so ist zu erwarten, daß sich der Vorteil guter Ausgangskonfigurationen stärker auswirkt. Dies hat eine Vergrößerung der Differenz in Tab.3 zur Folge. Eine kritische Betrachtung der Ergebnisse von ARNOLDS "multidimensional scaling study of semantic distance" (ARNOLD 1971) unter Berücksichtigung dieses Effekts erfolgt unter 5.3.8.

ad 6.: Sind viele sehr große Ähnlichkeiten (Intra-Cluster-

³⁸ Das Programm MINISSA wurde von LINGOES, GUTTMAN und ROSKAMP entwickelt. Der Name stellt eine Abkürzung von Michigan-Israel-Nijmegen-Integrated-Smallest-Space-Analysis dar.

Ähnlichkeiten) und viele sehr kleine Ähnlichkeiten (Inter-Cluster-Ähnlichkeiten) gegeben, so kann die Monotonitätsbedingung leichter erfüllt werden (vgl. 3.5.3).

ad 7.: Die Vergrößerung des Betrags des Stress mit Anwachsen des Fehleranteils in den Ähnlichkeitsmessungen ist unmittelbar einsichtig.

ad 8.: Differenzen zwischen den δ_{ij} und δ_{ji} werden im Rahmen der Modellannahmen (MM 6) als Quelle zusätzlicher Fehlervarianz angesehen.

Aus den gegebenen Ausführungen muß der Schluß gezogen werden, daß jede deskriptive Aussage über die Güte der Anpassung durch die Angabe eines Stress-Koeffizienten auf die genannten acht Parameter hin zu relativieren ist. Die inferenzstatistische Sicherung von Stress-Koeffizienten bringt darüberhinaus weitere Schwierigkeiten mit sich (vgl. 3.5.1.2).

3.5.1.2 Die zufallskritische Absicherung des Stress

Im traditionellen statistischen Denken enthalten Funktionen der Anpassungsgüte ein explizites stochastisches Element. Erinnert sei hier an die Maximum-Likelihood-Methode. Der Stress gehört dagegen zur Familie der "Methode der kleinsten Quadrate", in der nicht notwendig ein stochastischer Bezug vorhanden ist:

"I certainly have no quarrel with stochastic models nor do I deny their great value. However, I would argue that they present a more sophisticated approach which requires a much greater knowledge of the situation."

(KRUSKAL & CARROLL 1969, S.640)

Es ist keine Verteilung der Stresswerte unter der Nullhy-

hypothese bekannt. Eine mögliche Lösung liegt in der Simulation. So wurden von STENSON & KNOLL (1969), KLAHR (1969), WAGENAAR & PADMOS (1971), SPENCE (1972) und SPENCE & GRAEF (1974) Monte-Carlo-Studien vorgelegt. Diese Studien müssen wieder hinsichtlich der oben angeführten acht Parameter präzisiert werden. Man beschränkt sich jedoch meist darauf, die Parameter 3, 4, 5, 6 und 8 konstant zu halten, während die anderen systematisch variiert werden. Es konnten neben den deutlichen Haupteffekten der untersuchten Parameter 1, 2 und 7 auch Wechselwirkungseffekte zwischen 1 und 2 nachgewiesen werden. Das Problem der inferenzstatistischen Sicherung eines Stresskoeffizienten bzw. der Differenz zweier Stresskoeffizienten ist bis heute ungelöst.

3.5.1.3 Stress und metrische Determination

Unter metrischer Determination wird die Übereinstimmung zwischen einer "wahren" Konfiguration X^* und der berechneten "abgeleiteten" Konfiguration X verstanden. Nach YOUNG (1970) wird der Determinationskoeffizient als quadrierte Produktmomentkorrelation zwischen E_t und E_d bestimmt. (vgl. SHERMAN 1972, S. 325):

$$g(X^*) \approx S \stackrel{m}{=} \underbrace{\hat{D} \cong D}_{\text{Stress}} = g(X)$$

$$f(X^*) = \underbrace{E_t \quad E_d}_{\text{metrische Determination}} = f(X)$$

Die Klammern geben jeweils an, zwischen welchen Größen der Stress bzw. die metrische Determination gemessen wird.

Dabei sind $E_t = f(X^*)$ und $E_d = f(X)$ die "Vektoren der (euklidischen) Distanzen" (ebd.) in der wahren und abgeleiteten Konfiguration. Aus den differenzierten Untersuchungen von YOUNG (1970) und SHERMAN (1970) geht hervor, daß eine perfekte Übereinstimmung zwischen Stress und metrischer Determination nicht gegeben ist. Die Arbeiten zeigen, daß der Stress die metrische Determination unterschätzt, wenn die Daten eindimensional sind oder die Anzahl der n Punkte groß ist. Der Stress überschätzt die metrische Determination umso mehr, je größer die Fehlervarianz in den Daten ist. Entsprechendes gilt für sehr kleine n . SHERMAN (1970) kommt zu dem Schluß, daß der Stress die beste vorhandene Messung für Anpassungsgüte ist. Das gilt besonders bei kleiner Fehlervarianz, zwei oder drei Dimensionen und beliebiger Anzahl n der Punkte (letzteres im Gegensatz zu YOUNG 1970). Nach SHERMAN ist der Stress trotz der genannten Abhängigkeiten "...a valid measure of true fit and can be trusted." (SHERMAN 1970, S.58).

3.5.2 Lokale Minima

Das Problem besteht darin, im iterativen Prozeß das absolute Stress-Minimum für die Dimensionalität m und nicht ein lokales Minimum zu erreichen. Lokale und absolute Minima lassen sich graphisch leicht veranschaulichen (Abb.6):

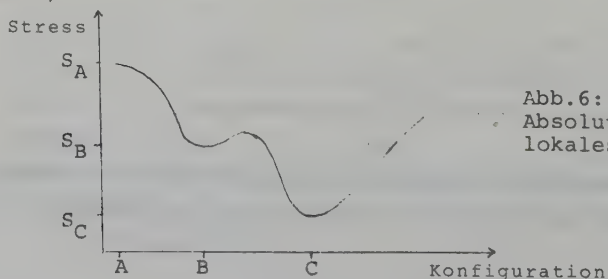


Abb.6:
Absolutes und
lokales Minimum

In Abb.6 ist die Konfiguration als Punkt auf der Abszisse und der Stress auf der Ordinate angegeben. Die Analyse beginnt mit der Ausgangskonfiguration A und deren Stress S_A . Der iterative Prozeß verändert diese Konfiguration sukzessive, bis ein Stressminimum S_B für die Konfiguration B gefunden ist. Jede kleine Veränderung von B hat einen Anstieg des Stress-Betrages zur Folge. Eine große Veränderung erlaubt jedoch das Absinken des Stress-Betrages bis zum absoluten Minimum S_C . S_B wird als lokales Minimum bezeichnet.

Alle vorhandenen Algorithmen zur NMDS verwenden eine Variante der Gradientenmethode oder "method of steepest descent", um den Stress zu minimieren. Solange keine praktikierbare Alternative zur Lösung des nichtlinearen Problems vorliegt, muß die Anfälligkeit der Gradientenmethoden gegenüber lokalen Minima in Kauf genommen und berücksichtigt werden. Als Möglichkeiten zur Vermeidung lokaler Minima bieten sich an:

1. Durchführen der Analyse mit verschiedenen Ausgangskonfigurationen (siehe SHEPARD 1974, S.378)
2. Konstruktion einer 'rationalen' im Gegensatz zu einer zufälligen Ausgangskonfiguration. Die Anfälligkeit von KRUSKALs MDSCAL-IV bezüglich lokaler Minima ist u. a. darauf zurückzuführen, daß das Programm eine willkürliche Konfiguration als Ausgangskonfiguration wählt. Inzwischen gehen viele Programme von einer durch metrische Skalierung gewonnenen "rationalen" Konfiguration aus (z. B. YOUNG 1967, 1968a,b).
3. Die Anwendung von GUTTMANs Zweiphasen-Algorithmus "...helps ensure convergence will not take place except to an absolute minimum." (GUTTMAN 1968). GUTTMAN führt jedoch keinen Beweis für die behauptete Unanfälligkeit gegenüber lokalen Minima an.

Entscheidend ist, daß für hinreichend kleinen Stress sich das Problem der lokalen Minima erübrigt. Der interessierte Leser sei auf KRUSKAL (1964b, S.118-119), McFARLAND & BROWN (1973, S.248-251) und SHEPARD (1974, S. 377-381) verwiesen.

3.5.3 Degenerierte Konfigurationen

Konfigurationen mit Stress gleich oder nahe Null sind häufig entweder nicht-unique³⁹ oder degeneriert. Mit "Degeneration" wird eine systematische Abweichung der berechneten Konfiguration von der wahren Konfiguration, die mit kleinem Stress einhergeht, bezeichnet. Der Fall tritt gewöhnlich dann auf, wenn die wahre Konfiguration Clusterstrukturen enthält, deren Intercluster-Differenzen der Punkte sämtliche größer sind als die Intracluster-Differenzen. Die Monotonitätsbedingung MM 1 erweist sich dabei als nicht ausreichend, um die wahre Struktur getreu abzubilden. Die Cluster der wahren Konfiguration X^* kollabieren zu Punkten in X (vgl. Abb.7), wobei die

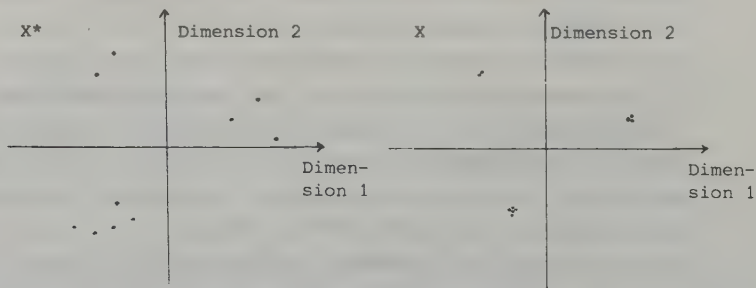


Abb.7: Wahre Konfiguration X^* und degenerierte Konfiguration X

³⁹ Meist ist dieses Problem die Folge einer zu kleinen Anzahl n der Punkte relativ zur Anzahl m der Dimensionen. Zum Uniqueness-Problem in der NMDS siehe SHEPARD (1966).

Intra-Cluster-Differenzen der Punkte gleich Null werden. Die Konfiguration X stellt im Sinne der Monotonitätsbedingung eine perfekte Lösung (Stress $S = 0$) dar. Dies zeigt die entsprechende monotone Distanzfunktion in Abb.8:

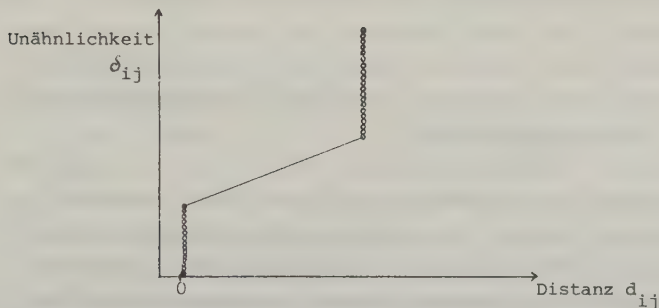


Abb. 8: Funktion zwischen Unähnlichkeiten (Distanzen) in X^* und den Distanzen in X

Die Lösungsmöglichkeiten liegen in präventiven Maßnahmen:

1. Keine Anwendung der NMDS auf Reizobjekte, von denen angenommen werden kann, daß sie wenige und kompakte Cluster bilden.
2. Keine Anwendung mit einer zu kleinen Anzahl von Reizobjekten: nach den Untersuchungen von SHEPARD (1966) gilt für $m = 2$ mindestens $n = 10$.
3. Wird die Monotonitätsbedingung (schwache Monotonität) durch starke Monotonität ersetzt, so kann einer Degeneration entgegengewirkt werden.

An diagnostischen Maßnahmen bieten sich an:

1. Der Verlauf der Distanzfunktion (vgl. Abb.8) ist ein deutlicher Hinweis für das Vorliegen von Degeneration.
2. Entsprechend zu 1. sind Konfigurationen mit geringen Anzahlen verschiedener d_{ij} relativ zur Gesamtzahl der d_{ij} als Hinweis für vorliegende Degeneration zu be-

achten. Solche Konfigurationen enthalten meist geometrisch prägnante Strukturen wie Simplexe (vgl. Abb.6) und Zirkumplexe⁴⁰. Es darf jedoch nicht davon ausgegangen werden, daß Simplex- und Zirkumplex-Strukturen grundsätzlich degenerierte Lösungen darstellen.

3.5.4 Möglichkeiten einer objektiven Interpretation der Punktekonfiguration

Die Darstellung beschränkt sich auf einige Interpretationsstrategien, die zum Teil in der deutschen Literatur bis jetzt noch unerwähnt geblieben sind. Dabei muß grundsätzlich vorausgeschickt werden, daß die Interpretation über objektive (und über subjektive) Techniken entsprechend der Prämisse dieser Arbeit (vgl. Kap.1) aus dem theoretischen Kontext der Strukturbegriffe (vgl. 5.3.6) zu erfolgen hat. Es kann im Sinne einer Integration von Methode und theoretischem Inhalt als nicht förderlich gesehen werden, wenn interpretationsstützende ("objektive") Verfahren Konsequenz theoriearmer Konvention und Methodenverselbständigung (z. B. das "Varimax-Ritual", siehe dazu 5.3.6.1) sind.

Eine zusätzliche Funktion dieser Methoden liegt in der Hypothesenprüfung. Bei den zu prüfenden Hypothesen handelt es sich um solche über (dimensionale oder nicht-dimensionale) Urteilsstrukturen (siehe 5.3.6), die aus den gegenstandsbezogenen psychologischen Urteilsmodellen abzuleiten sind. Zur Hypothesenprüfung eignen sich besonders

⁴⁰ Simplexe sind einfache geometrische Strukturen: im ein-dimensionalen Raum eine Strecke, für $m = 2$ ein gleichseitiges Dreieck, für $m = 3$ ein Tetraeder usw. Zirkumplexe sind für $m = 2$ Kreise, für $m = 3$ Kugeln und werden allgemein als "Hyperspheroide" bezeichnet.

die unter 3.5.4.1 aufgeführten stützenden Methoden zur dimensional Interpretation, da sich dort die Strukturhypothesen zufallskritisch absichern lassen. Zunächst werden drei Anforderungen formuliert, die sich auf die Durchführung der Interpretation einer Konfiguration beziehen.

1. Die Interpretation soll auf der Basis der im Modell der "subjektiven Urteilsräume" explizierten Strukturbegriffe erfolgen (vgl. 5.3.6).
2. Die Interpretation soll sich möglichst eng, d. h. unter Berücksichtigung des Fehleranteils in der Konfiguration⁴¹, an das Skalierungsergebnis halten (vgl. dagegen die "gestaltsoziologische Interpretation" (PAPPI & LAUMANN 1975 S.297 über PAPPI & LAUMANN 1974).
3. Die Interpretation soll möglichst auch mit "objektiven" und nicht nur mit "subjektiven" Strategien durchgeführt werden. Als "subjektiv" kann z. B. das in der faktorenanalytischen Praxis geläufige "Entdecken des gemeinsamen Gehalts der Leitvariablen" bezeichnet werden. "Objektive" Möglichkeiten werden in den folgenden beiden Abschnitten besprochen.

3.5.4.1 Dimensionale Interpretation

Die Interpretation von Koordinatenachsen als Urteilsdimensionen kann durch Methoden unterstützt werden, die auf der multiplen Regressionstechnik aufbauen (GREEN, MAHESHWARI & RAO 1969, GREEN & CARMONE 1970). Dabei werden alle n Reizobjekte auf einer inhaltlichen Skala eingeschätzt und die Skala wird dann so in den m -dimensionalen Raum gelegt, daß

⁴¹ Zur Schätzung des Fehleranteils aus der Verteilung der Stresswerte für verschiedene Dimensionenanzahl dient der M-SPACE von SPENCE & GRAEF (1974) Zugrunde liegen Simulationen für verschiedene Fehleranteile mit $n \leq 35$.

die Korrelation der n Projektionen der Reizobjekte auf die Skala mit den n Einschätzungen der Reizobjekte auf der Skala maximal ist. Wird dies mit $p \geq m$ Skalen wiederholt, so kann der Urteilsraum dimensional interpretiert werden. Der multiple Korrelationskoeffizient gibt im Sinne einer Hypothesenprüfung für jede einzelne Skala die Güte der Anpassung an die Konfiguration an. Die Lösung des Regressionsproblems kann durch die lineare Regression, die max "r"-Prozedur von MILLER, SHEPARD & CHANG (1964) oder durch die kontinuierliche Regression von CARROLL & CHANG (1964), die auch als "smoothness-Prinzip" oder - etwas unscharf - als "nonlineare Regression" bezeichnet wird, angestrebt werden. Alternative Lösungsmöglichkeiten mit leicht modifizierten mathematischen und damit auch psychologischen Annahmen sind über die monotone Regression CARROLL & CHANG 1964, 1967) und über die kanonische Korrelation (vgl. GAENSSLEN & SCHUBÖ 1973) denkbar. Die Anwendung der linearen multiplen Regression zur Interpretation und Hypothesenprüfung von NMDS-Konfigurationen sei an einer Untersuchung des Verfassers zu individuellen Urteilsstrukturen bei der Einschätzung von 21 Nationen veranschaulicht. Die Vp wurde instruiert, über die Methode der sukzessiven Kategorien (vgl. 3.1.2.3.1)⁴² die subjektive Ähnlichkeit je zweier Nationen einzuschätzen. Die $n = 21$ Reizobjekte sind einer Untersuchungsreihe zum metrischen INDSCAL-Modell von WISH, DEUTSCH & BIENER (1970, 1972) entnommen. Abb.9 gibt die ersten beiden Dimensionen der dreidimensionalen Lösungskonfiguration wieder (Stress $S = 0.13$):

⁴²Die Modelladäquatheit der Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs über die Methode der sukzessiven Kategorien im theoretischen Kontext des "Modells der subjektiven Urteilsräume" wird unter 6.1 aufgezeigt.

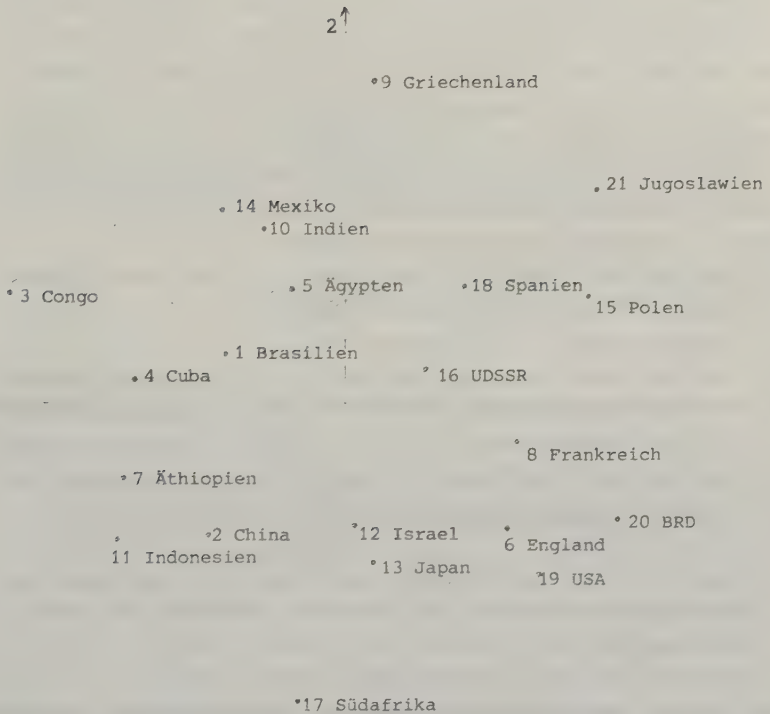


Abb.9: Dimension 1 vs. Dimension 2 der dreidimensionalen Konfiguration aus einer Untersuchung von GIGRENZER zu individuellen Urteilsstrukturen bei der Beurteilung von $n = 21$ Nationen für $r = 2$.

Die Dimension 1 und 2 sind nach Einfachstruktur rotiert.
Wie aus MM 9 für $r = 2$ hervorgeht und unter Postulat 6

(vgl. 5.3.6) noch weiter ausgeführt wird, sind auf Einfachstruktur rotierte Dimensionen - im Gegensatz zur üblichen Forschungspraxis (vgl. z. B. BERTRAM 1975) - m. E. nicht ohne weiteres als die "das Urteil der Vp strukturierenden Urteilsdimensionen" interpretierbar.⁴³

Demzufolge wurde in der vorliegenden Untersuchung eine empirische Stützung der dimensional Interpretation für notwendig erachtet. Für die empirische Stützung wurden unter anderem folgende Hypothesen aufgestellt:

- H₁: Aus der NMDS-Konfiguration läßt sich die "globale Bewertung" (im Sinne von OSGOODs "evaluation") der 21 Nationen durch die Vp vorhersagen.
- H₂: Aus der NMDS-Konfiguration läßt sich die Einschätzung der wirtschaftlichen Entwicklung der 21 Nationen durch die Vp vorhersagen.
- H₃: Aus der NMDS-Konfiguration läßt sich die Präferenz der 21 Nationen als Urlaubsziele durch die Vp vorhersagen.
- H₄: Aus der NMDS-Konfiguration läßt sich die Zuordnung der 21 Nationen zum West- und Ostblock durch die Vp vorhersagen.

Zur Prüfung der Hypothesen wurde die Vp (nach den $\binom{21}{2}$ Ähnlichkeitseinschätzungen) instruiert, die 21 Nationen auf einer globalen evaluativen Dimension, einer Skala der wirt-

⁴³ Diese Kritik betrifft auch die Forschungspraxis bei metrischen dimensionsanalytischen Methoden, in der die Rotation nach Einfachstruktur im allgemeinen als ausreichend für die psychologische Relevanz der so erhaltenen Dimensionen erachtet wird. Die hier dargestellte empirisch gestützte dimensionale Interpretationsstrategie läßt sich - in leicht veränderter Form - auch auf einen faktorenanalytischen Versuchsplan übertragen. Eine empirische Anwendung eines so modifizierten faktorenanalytischen Versuchsplans auf eine Fragestellung aus dem Bereich der Personenbeurteilung findet sich bei GIGERENZER (1976).

schaftlichen Entwicklung, einer Skala der Urlaubspräferenz und auf einem West- Ost-Kontinuum einzuschätzen. Das α -Risiko wurde, um die statistische Entscheidung konservativ zu halten, auf 1 % festgelegt.

Tab.4 gibt die multiplen Korrelationen⁴⁴ zwischen den Einschätzungen der Vp auf jeder der vier Skalen und den Projektionen der Nationen auf den drei Dimensionen der NMDS-Konfiguration wieder.

Skala	multipl. R	Signifikanz ($\alpha = 0.01$)
1 Evaluation	.313	nein
2 Wirtschaftliche Entwicklung	.875	ja
3 Urlaubspräferenz	.703	ja
4 West-Ost-Block	.439	nein

Tab.4: Signifikanz der multiplen Korrelationen zur Überprüfung von H_1 bis H_4 .

Aus Tab.4 geht hervor, daß sich die von der Vp abgegebene Beurteilung der wirtschaftlichen Entwicklung der 21 Nationen sowie die Präferenzordnung ihrer Urlaubsziele aus der NMDS-Konfiguration mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von je 1% signifikant vorhersagen lassen.

Die Hypothesen H_1 und H_4 werden dagegen zurückgewiesen (vgl. Tab.4). Eine "globale Bewertung" der 21 Nationen sowie deren Zuordnung zum West-Ost-Block kann aus der NMDS-Konfiguration nicht vorhergesagt werden.

⁴⁴ Für die inferenzstatistische Absicherung über die lineare Regressionsrechnung gehen allerdings die bekannten Annahmen des korrelationsanalytischen und regressionsanalytischen Modells (vgl. GAENSSLEN & SCHUBÖ 1973) mit ein.

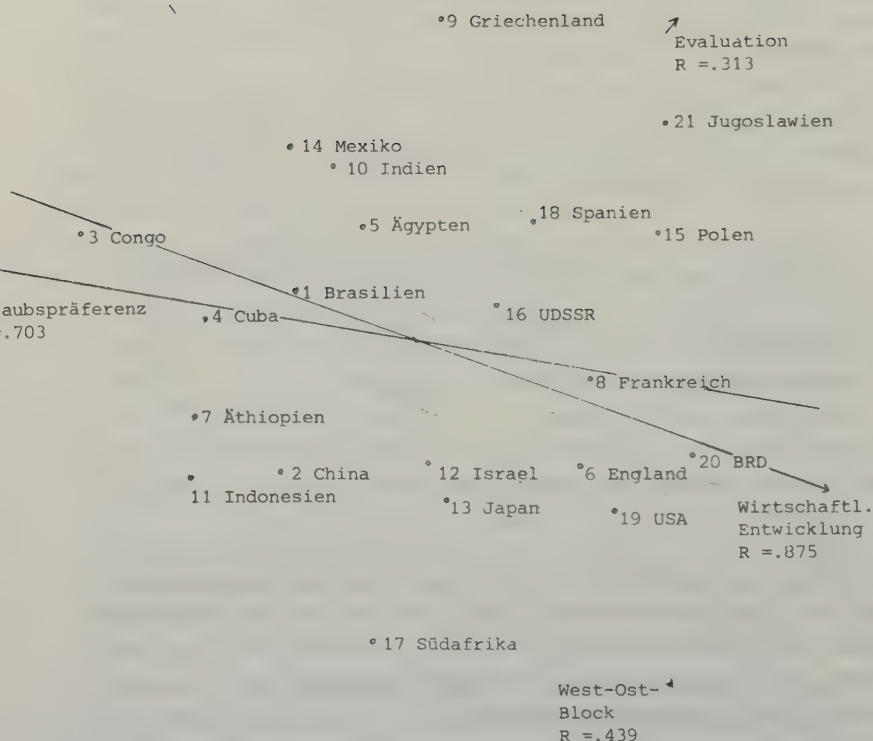


Abb.10: Lage, Richtung und multiple R der vier Skalen in der Konfiguration von Abb.9

Die starke prognostische Leistung des in Abb.9 und Abb.10 dargestellten Modells eines "subjektiven Urteilsraums" hinsichtlich der Vorhersage der Urteile der Vp auf den Ska-

len "wirtschaftliche Entwicklung" und "Urlaubspräferenz" (erklärte Varianz: 76,2% bzw. 49,4%) läßt sich so interpretieren, daß diese Skalen dem Ähnlichkeitsurteil der Vp als strukturierende Größen zugrunde liegen. Entsprechend stellen sich die Skalen "Evaluation" und "West- Ost-Block" als für das Urteilsverhalten der Vp nicht relevant heraus.

Die hohe negative Korrelation von $-.984$ zwischen den Skalen 2 und 3 (vgl. Tab.5) ermöglicht die interpretative Zusammenfassung beider Skalen zu einer Urteilsdimension "wirtschaftliche Entwicklung" bzw. "wirtschaftliche Entwicklung vs. Urlaubspräferenz".

	1	2	3
1 Evaluation			
2 wirtschaftliche Entwicklung	.272		
3 Urlaubspräferenz	-.424	-.984	
4 West-Ost-Block	-.017	.769	-.672

Tab.5: Korrelationen zwischen den 4 Skalen (im 3-dimensionalen Raum).

Ein wesentlicher Unterschied des hier geschilderten Versuchsplans zu einem entsprechenden faktorenanalytischen Versuchsplan liegt darin, daß im faktorenanalytischen Versuchsplan zur Berechnung der Korrelationen zwischen den Reizobjekten (21 Nationen) über p Skalen letztere inhaltlich a priori festgelegt und vorgegeben werden müssen. Sind in diesen p Skalen z. B. hinreichend viele Skalen enthalten, die Aspekte von "Evaluation" bzw. "politischer West-Ost-Differenzierung" beinhalten, so finden sich die entsprechenden Dimensionen ("Evaluation" und "West-Ost-Block") in der Konfiguration und damit im "Urteilsverhalten" der Vp

wieder. Die hierbei erhaltenen Dimensionen geben - im Gegensatz zu den durch den oben beschriebenen NMDS-Versuchsplan empirisch gesicherten Urteilsdimensionen - nicht die Struktur des Urteilsverhaltens der Vp, sondern die Struktur der p Skalen wieder. Genauer betrachtet, bilden sie eine nicht weiter analysierbare Mischung aus der Struktur des Skalensatzes und der gesuchten dimensionalen Urteilsstruktur der Vp ab (vgl. dazu 6.2 und 7.2.2).

Kritisch anzumerken bleibt, daß durch das dargestellte Verfahren einer empirisch geleiteten dimensional Interpretation die Dimensionen (Skalen) stets durch den Nullpunkt der Konfiguration gelegt werden. Der Nullpunkt ist jedoch wegen MM 11 in der NMDS beliebig transformierbar. Er besitzt nicht die ihm in den faktorenanalytischen Modellen und der metrischen MDS zukommende zentrale Bedeutung (siehe die darauf aufbauenden Begriffe der "Faktorladung" und "Kommunalität"). Daraus leitet sich auch die Verschiedenheit der dem NMDS-Modell und dem faktorenanalytischen Modell zugeordneten psychologischen Dimensionsbegriffe her, auf deren Abgrenzung unter 5.3.6.1 eingegangen wird. Die (psychologische!) Begründung der Einschränkung der Interpretation auf Urteilsdimensionen, die durch den Nullpunkt des Systems gehen, steht damit aus. Dieses Problem ist bis jetzt m. W. in der Literatur unerwähnt geblieben.

3.5.4.2 Nichtdimensionale Interpretation

Im folgenden werden Methoden besprochen, die eine nichtdimensionale Interpretation stützen. Auf die theoretische Bedeutung und Zulässigkeit nichtdimensionaler Strukturbe-
griffe im Zusammenhang mit MM 9 wird unter 5.3.6.2 bis

5.3.6.5 eingegangen.

Der in der Literatur fast ausschließlich angeführte Ansatz ist JOHNSONS (1967) "hierarchical clustering", wobei eine Interpretation der NMDS-Konfiguration über den Strukturbegriff des "hierarchischen Clusters" angestrebt wird (vgl. z. B. D'ANDRADE et. al. 1972, RAPOPORT & FILLENBAUM 1972). Weitere, wegen der geringen Berücksichtigung von nichtdimensionalen Strukturbegriffen kaum zur Anwendung gekommene Methoden sind KENDALLs (1971a,b) "high similarity graph", der "minimum spanning tree" (GOWER & ROSS 1964, zit. in COXON 1976), der "high dimensional plot" von ANDREWS (1972) und EVERITT & NICHOLLS (1974) sowie der "Hamiltonian path" (COXON 1976).

Auf eine weitere Ausführung der oben genannten Methoden sei hier verzichtet und auf ihre Beziehung zu dieser Arbeit eingegangen. Aus der eingangs formulierten Prämisse folgt auch für diejenigen Methoden, die die strukturelle Interpretation stützen, daß mit ihnen psychologische Modelle über Urteilsstrukturen einhergehen. Daraus wiederum folgt, daß die Kongruenz der diesen mathematischen Methoden zugrundeliegenden psychologischen Strukturbegriffe mit den aus der NMDS explizierten Strukturbegriffen (siehe 5.3.6) überprüft werden muß. Führt man dies für JOHNSONS "hierarchical clustering" und die NMDS durch, so wird deutlich, daß die den beiden mathematischen Modellen entsprechenden Modelle über Urteilsstrukturen den Strukturbegriff des "Clusters" enthalten. Der "Cluster"-Begriff hat jedoch in beiden psychologischen Modellen eine unterschiedliche Bedeutung. Er steht bei JOHNSON im Kontext einer hierarchischen Urteilsstruktur, die analog der biologischen Taxonomie Ober- und Unterbegriffe kennt. Die Einordnung von Objekten zu "Clustern" wird dabei über das Distanzmodell des ultrametrischen Raumes bestimmt (vgl. auch 2.2):

$$d_{ij} \leq \max(d_{ik}, d_{jk})$$

Im aus der NMDS explizierten "Modell der subjektiven Urteilsräume" (vgl. Kap. 5) hat der Begriff "Cluster" die Bedeutung eines Modalwertes, also einer relativen Dichte von Reizobjekten und ist durch das euklidische Distanzmodell bzw. dessen Verallgemeinerung in Kap 4 bestimmt. Aus dem Gesagten folgt, daß durch die Anwendung des hierarchischen Cluster-Begriffs zur nichtdimensionalen Interpretation von NMDS-Konfigurationen von den zwei verschiedenen mathematischen Modellen (vgl. 2.2) zwei unterschiedliche psychologische Urteilsmodelle impliziert werden. Einer so erhaltenen Struktur von Urteils-Clustern liegt eine zu der durch die NMDS implizierte (vgl. besonders die Postulate 6 und 8 unter 5.3.6 und 5.3.8) unterschiedlichen und bis jetzt nicht explizierte Theorie über Urteilsverhalten zugrunde.

3.6 Zusammenfassung

Das Basismodell der NMDS wurde dargestellt und die Sätze MM 1 bis MM 12 als Grundlage zur Konstruktion des Modells über Urteilsverhalten herausgearbeitet. Die zentralen Begriffe der "Ähnlichkeit", der "Distanz" sowie der "Distanzfunktion" wurden definiert und erläutert. Auf Einzelheiten des Algorithmus ist in diesem Kapitel verzichtet worden, jedoch sind aus diesem resultierende Probleme dargestellt worden, soweit sie für die Interpretation von Konfigurationen Relevanz besitzen. Die aufgezeigten und m. E. ungenügend gelösten Probleme der lokalen Minima und der Degeneration müssen vor einer theoretischen Interpretation von NMDS-Konfigurationen berücksichtigt werden. Wird die Konfiguration als degeneriert oder als durch ein lokales Mini-

mum bedingt diagnostiziert, so liegt ein Artefakt 2. Art vor. Abschließend wurde auf die Möglichkeit einer empirisch geleiteten dimensional Interpretation eingegangen und diese an einer Untersuchung des Verfassers veranschaulicht. Es wurde darauf hingewiesen, daß bei der Anwendung stützender Methoden zur Interpretation von NMDS-Konfigurationen geprüft werden muß, ob die durch diese Methoden implizierten Strukturbegriffe mit den durch die NMDS im Kontext des Urteilsverhaltens implizierten Strukturbegriffen übereinstimmen.

4. ERWEITERUNG DES DISTANZBEGRIFFS IM BASISMODELL AUF DIE GRUPPE DER MINKOWSKI r-METRIKEN⁴⁵

Die Minkowski-Metrik ist definiert durch

$$\text{MM 13: } d_{ij}^{(r)} = \left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right]^{1/r} \text{ mit } r \geq 1$$

wobei r als Parameter der Minkowski⁴⁶-Metrik bezeichnet wird.

Setzt man $r = 2$, so ergibt sich die euklidische Metrik. Die Minkowski-Metriken besitzen zwei für die psychologische Interpretation wichtige Eigenschaften:

1. Die Gewichtungseigenschaft

Das Anwachsen des Parameters r wirkt sich unterschiedlich auf kleine und große Achsenabschnittsdifferenzen

⁴⁵Weitere Variationen des Basismodells, auf die hier nicht eingegangen werden kann, sind folgende:

1. Die Verallgemeinerung der quadratischen und symmetrischen Ausgangsdatenmatrix (Quadrant-IV-Daten) auf konditionale Rechtecksmatrizen (Quadrant-I-Daten). Dies führt methodisch zu einem nonmetrischen mehrdimensionalen Unfolding-Modell und inhaltlich zu einem differentialpsychologischen Urteilsmodell (vgl. CARROLL 1971a, COXON 1975).

2. Die Verallgemeinerung der Datenmatrix auf Drei-Weg- bzw. allgemein n -Weg-Matrizen analog TUCKERS (1964) "three-mode factor analysis". Auch dieser Ansatz führt zu einem differentialpsychologischen Modell, in dem von gleicher Kognition (allgemeinpsychologischer Aspekt) und verschiedener Bewertung (differentialpsychologischer Aspekt) ausgegangen wird (vgl. HORAN 1969, CARROLL & CHANG 1970a,b, CARROLL 1971b).

3. Die Erweiterung des Distanzmodells auf Vektormodelle führt zu nonmetrischen Versionen der Faktorenanalyse (SHEPARD & KRUSKAL 1964, LINGOES 1972) und zu vektoriellen Präferenzmodellen (CARROLL & CHANG 1964, 1967).

⁴⁶Herrmann MINKOWSKI gab in seinen Schriften "Raum und Zeit" (1908) und "Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik" (1910) die mathematischen Grundlagen für die spezielle Relativitätstheorie.

aus. Der relative Beitrag von kleinen Achsenabschnittsdifferenzen zur Distanz $d_{ij}^{(r)}$ konvergiert bei anwachsendem r gegen Null. Im Grenzfall $r \rightarrow \infty$ ist $d_{ij}^{(r)}$ nur durch den größten Achsenabschnitt, also durch

$$d_{ij}^{(\infty)} = \max_e |x_{ie} - x_{je}|$$

bestimmt⁴⁷.

2. Unzulässigkeit von Rotationen

Für alle r -Metriken mit Ausnahme von $r = 2$ sind Rotationen unzulässig, da sich die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$ für $r \neq 2$ ändern. (Von trivialen Rotationen um 90° sei hier abgesehen.)

4.1 Die drei "prägnanten" Minkowski r -Metriken

Die City-Block-Metrik, die euklidische Metrik und die Dominanz-Metrik sind jene drei aus der unendlichen Menge von Minkowski r -Metriken, die am leichtesten graphisch zu veranschaulichen sind.

4.1.1 Die City-Block-Metrik

Wird in MM 13 der Parameter r gleich 1 gesetzt, so erhält man die City-Block-Metrik:

$$d_{ij}^{(1)} = \sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|$$

Die City-Block-Distanz ergibt sich demnach als einfache Summe der Achsenabschnittsdifferenzen.

Abb.11 enthält eine graphische Veranschaulichung der Distanzmessung nach der City-Block-Metrik und nach den bei-

⁴⁷ Beweis bei WENDER (1969, S.11ff)

den weiteren "prägnanten" Metriken.

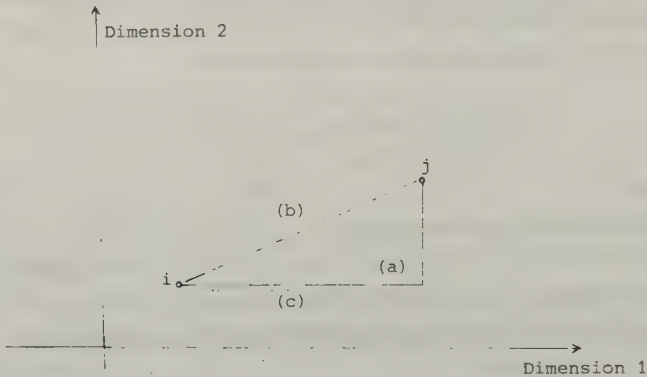


Abb.11: Die Distanz der Punkte i und j nach (a) der City-Block-Metrik (durchgezogene Linie), (b) der euklidischen Metrik (gestrichelte Linie) und (c) der Dominanzmetrik (gepunktete Linie).

Die City-Block-Metrik wird auch als "Manhattan-Metrik" bezeichnet. Ihr Distanzbegriff entspricht demjenigen für einen Fußgänger in Manhattans Straßenzügen.

4.1.2 Die euklidische Metrik

Der euklidische Distanzbegriff wurde bereits unter 3.2 definiert. Er ergibt sich für $r = 2$. Die Beziehung der euklidischen Metrik zu den anderen r -Metriken läßt sich an den Unterschieden in den Einheitskreisen veranschaulichen. Der Einheitskreis E ist definiert durch:

$$E = \{j | j \in A \text{ und } d_{ij}^{(r)} = 1\}$$

Alle Punkte j , die zu einem gegebenen Punkt i die gleiche Distanz $d_{ij}^{(r)} = 1$ haben, liegen auf dem Einheitskreis um i (Abb.12).

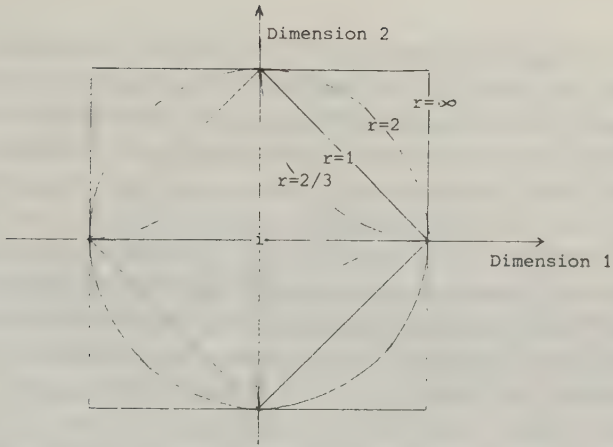


Abb.12: Kurven, auf denen Punkte mit gleicher Distanz von i liegen. Eingezeichnet sind die Einheitskreise für $r = 2/3$, $r = 1$, $r = 2$ und $r = \infty$.

4.1.3 Die Dominanzmetrik

Für $r = \infty$ erhält man die Dominanzmetrik, auch Supremums- bzw. Maximum-Metrik genannt. Sie ist definiert durch:

$$d_{ij}^{(\infty)} = \max_e |x_{ie} - x_{je}|$$

Die Distanz der Punkte i und j wird hier durch eine einzige, nämlich die größte Achsenabschnittsdifferenz, bestimmt.

4.2 Semimetriken

Für $0 < r < 1$ gilt MM 7 (Dreiecksgleichung) nicht und die Einheitskreise (vgl. Abb.12) sind konkav.

Für $r = 0$ erhält man eine "binäre" Metrik: alle Punkte, die nicht identisch sind, haben gleiche Entfernung.

Für $r < 0$ ergibt sich ebenfalls eine Semimetrik. Geht $r \rightarrow -\infty$, ergibt sich eine Art "Spiegelbild" der Dominanz- und Maximum-Metrik, die "Maximum-Semimetrik". Die Distanz wird dabei durch den kleinsten (!) Achsenabschnitt bestimmt. Semimetriken sind bis heute kaum untersuchte potentielle Modelle für nicht-transitives Urteilsverhalten. So schreibt z. B. ATTNEAVE: "The most serious limitation of metric consideration, however, is suggested by an observation of JAMES⁴⁸ 'that the moon is similar to a gas-jet, it is also similar to a football, but a gas-jet and a football are not similar to each other'" (ATTNEAVE 1950, S. 554). CARROLL & WISH vermuten in diesem Zusammenhang: "...these cases...could conceivably be accounted for by something like this 'minimum semimetric', or by some other less extreme Minkowski negative semimetric" (CARROLL & WISH 1974, S.416).

4.3 Äquivalente Lösungen: Isometrien

Konfigurationen, die durch die unter MM 9 bis MM 12 genannten Transformationen ineinander überführbar sind, heißen äquivalente Lösungen. Für die Verallgemeinerung der euklidischen Metrik auf die Minkowski r-Metrik ergeben sich durch die Erweiterung der Sätze MM 9 bis MM 12 folgende zulässige Transformationen:

MM 9: Die euklidischen Distanzen $d_{ij}^{(2)}$ sind invariant gegenüber orthogonalen Rotationen des Koordinatensystems.

Satz MM 9 bleibt auf die euklidische Metrik des Basismodells beschränkt. Alle weiteren Sätze können auf die r-Metriken generalisiert werden:

⁴⁸W. JAMES (1890, S.579)

MM 10: Die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$ sind invariant gegenüber einer Reflexion an einer Koordinatenachse.

MM 11: Die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$ sind invariant gegenüber einer additiven Transformation (Translation):

$$d_{(i+c)(j+c)}^{(r)} = d_{ij}^{(r)}$$

MM 12: Die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$ ändern sich gemeinsam mit dem Faktor c bei multiplikativer Transformation durch den Faktor c :

$$d_{(i \cdot c)(j \cdot c)}^{(r)} = c \cdot d_{ij}^{(r)}$$

Die Äquivalenz von Lösungen ist damit klar definiert. Dennoch wurde von COOMBS (1966, zit. nach WENDER 1969) behauptet, daß es noch weitere äquivalente Lösungen gäbe. Diese sollen sich aus einem Wechsel der Metrik, einer Rotation um 45° und einer zulässigen Transformation nach Satz MM 12 ergeben. Diese Behauptung ist vielerorts übernommen (z. B. GREEN & CARMONE 1970, S.27), jedoch bereits von WENDER (1969) kritisiert worden. Da besagte Äquivalenz von Lösungskonfigurationen mit verschiedenen r -Metriken für die psychologische Interpretation (siehe Postulat 4 unter 5.3.4) Konsequenzen hat, soll hier weiter darauf eingegangen werden.

Äquivalente Lösungen mit verschiedenen r -Metriken werden im folgenden als "Isometrien" bezeichnet. Eine Isometrie kann über den Einheitskreis (vgl. 4.1.2) definiert werden: Eine lineare Abbildung f ist genau dann eine Isometrie, wenn gilt:⁴⁹

$$f(E) = E$$

Zur Entscheidung darüber, ob eine Isometrie vorliegt, ge-

⁴⁹ Beweis bei WENDER (1969, S.34f.)

nügt es demnach zu überprüfen, ob alle Punkte, die sich auf dem Einheitskreis befinden, durch die lineare Abbildung wieder auf einem Einheitskreis liegen.

Die COOMBSsche Behauptung geht nun dahin, daß einer Konfiguration mit einer Metrik $r < 2$ eine andere mit einer Metrik $r > 2$ zugeordnet wird. Für den mehrdimensionalen Fall mit $m > 2$ läßt sich diese Behauptung durch folgenden Gedankengang (in Anlehnung an WENDER 1969) widerlegen:

Die Einheitskugeln der beiden extremen Metriken ($r = 1$ und $r = \infty$) sind bei $m = 3$ eine Doppelpyramide für die City-Block-Metrik und ein Würfel für die Dominanzmetrik. Es ist aber keine lineare Abbildung denkbar, die eine sechseckige Doppelpyramide in einem achteckigen Würfel abbildet. Diese Überlegung soll auf $m > 3$ und $r \neq 1, 2$ und ∞ verallgemeinert werden:

Für $m \geq 3$ ergeben sich Einheitskugeln, die für $r = 1$ $2m$ -Ecken und für $r = \infty$ 2^m -Ecken haben. Diese unterschiedlichen Anzahlen bleiben für $1 \leq r < 2$ bzw. $2 < r < \infty$ konstant, wobei für die Zwischenwerte die Ecken abgerundet sind.

Daraus geht eindeutig hervor, daß keine der oben vermuteten Isometrien für $m > 2$ existieren.

Die einzigen Fälle, für die $2m = 2^m$ gilt, sind $m = 1$ und $m = 2$. Da der Fall $m = 1$ trivial ist⁵⁰, bleibt die COOMBSsche Behauptung noch für $m = 2$ zu überprüfen.

Aus Abb. 12 ist ersichtlich, daß eine "rotation of 45° would change the city block metric into the 'supremum' metric if the scalar multiplier 2 were used, that is, the metric would not longer be unique." (GREEN & CARMONE 1970, S. 27).

Für $m = 2$ gilt tatsächlich die isometrische Beziehung:

$$d_{ij}^{(1)} = \sqrt{2} \cdot d_{ij}'^{(\infty)}$$

⁵⁰Für $m = 1$ gilt: $d_{ij}^{(r)} = c$ für alle r .

mit

$$d_{ij}^{(1)} = |x_{i1} - x_{j1}| + |x_{i2} - x_{j2}|$$

$$d_{ij}^{(\infty)} = \max (|x_{i1'} - x_{j1'}|; |x_{i2'} - x_{j2'}|)$$

wobei mit 1,2 die unrotierten und mit 1', 2' die um 45°
rotierten Dimensionen bezeichnet sind

Damit ist mit Ausnahme dieses einen Spezialfalles die
Nicht-Existenz von äquivalenten Lösungen beim Wechsel der
Metrik gezeigt und die formale Begründung für Postulat 4
(vgl. 5.3.4) gegeben.

5. DAS MODELL DER SUBJEKTIVEN URTEILSRÄUME: EIN ALLGEMEINPSYCHOLOGISCHES MODELL DES URTEILSVERHALTENS

"Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit."

EINSTEIN: Geometrie und Erfahrung, S.3f.

In den Kapiteln 3 und 4 ist das formale Relationssystem (FRS) der NMDS dargestellt. Dieses durch die Sätze MM 1 bis MM 13 definierte mathematische System heißt in der Terminologie von Kap. 2 ein "mathematisches Modell", sobald es zur Abbildung eines empirischen Relationssystems herangezogen wird. Von den beiden eingangs erwähnten Gegenstandsbereichen - Wahrnehmung und Urteilsverhalten⁵¹ - wird in dieser Arbeit der Bereich "Urteilsverhalten" durch ein empirisches Relationssystem(ERS) strukturiert.

Das mit den Sätzen MM 1 bis MM 12 kongruente Modell wird als "Modell der subjektiven Urteilsräume" bezeichnet. Es wird, in Postulate gefaßt (im Sinne von CARNAP 1956, S.43), in diesem Kapitel expliziert. Der formale Bezug der Postulate zu den Sätzen des mathematischen Modells wird dabei angegeben.

⁵¹ Es kommen durchaus auch andere psychologische Gegenstandsbereiche in Betracht. So geht MARX (1977) von der Modellvorstellung eines "assoziativen Raumes" aus und macht Vorschläge zur Operationalisierung des Begriffs der "assoziativen Bedeutungsähnlichkeit" (MARX 1976, 1977). Ein auf der NMDS aufbauendes Assoziationsmodell ermöglicht - im Gegensatz zu früheren Assoziationstheorien (vgl. z. B. HÖRMANN 1967) - sowohl Aussagen über Assoziationsstrukturen als auch Prognosen assoziativer Abläufe. Allerdings ist auch hier die modellkongruente Explizierung einer Theorie über Assoziation unabdingbar, um über die Modelladäquatheit der vorgeschlagenen Operationalisierungen entscheiden zu können. Dabei dürfte insbesondere Satz MM 6 (Symmetrie) theoretische Schwierigkeiten bereiten.

Ein allgemeinspsychologisches Modell über Urteilsverhalten entspricht der von TORGERSON (1958,S.46) als "stimulus-centered or judgment approach" bezeichneten Vorgehensweise. Die Variation in den Urteilen der Vpn wird als Unterschiedlichkeit innerhalb der Reizobjekte betrachtet. Die N Vpn werden als N Replikationen angesehen.

5.1 Forderungen an ein Modell über Urteilsverhalten

5.1.1 Die syntaktische Analyse

Die formale Struktur muß syntaktisch analysiert und auf ihre Widerspruchslosigkeit hin geprüft werden. Die Wichtigkeit dieser Forderung sieht POPPER darin, "...daß ein widerspruchsvolles Satzsystem deshalb nichtssagend ist, weil jede beliebige Folgerung aus ihm abgeleitet werden kann; kein Satz wird ausgezeichnet, weder als unvereinbar, noch als ableitbar, da alle ableitbar sind." (POPPER 1971,S.59)⁵²

Die syntaktische Analyse des mathematischen Modells ist in den Kapiteln 3 und 4 geleistet worden. Das System ist widerspruchsfrei.

5.1.2 Die semantische Interpretation der Syntax

Durch die semantische Interpretation des FRS gewinnt das mathematische System empirische Relevanz und strukturiert ein psychologisches Modell. Die semantische Interpretation erfolgt unter 5.2 und 5.3.

⁵² Gemeint sind hier nicht faktisch falsche, sondern logisch falsche Satzsysteme.

5.1.3 Die Überprüfbarkeit des psychologischen Modells

Aus dem Modell sind Folgerungen abzuleiten, die eine empirische Überprüfung zulassen. Es "darf also nicht metaphysisch sein (es muß eine mögliche 'Erfahrungswelt' darstellen)" (POPPER 1971, S.13). Wie unter 5.3.9 noch ausgeführt wird, enthält das Modell sowohl empirisch prüfbare Sätze (z. B. Symmetrie und Transitivität des Ähnlichkeitsurteils) als auch empirisch nicht prüfbare Sätze (z. B. der Satz über die Dreiecksgleichung).

5.2 Explizierung des "Modells der subjektiven Urteilsräume"

5.2.1 Die Zuordnung der Objektmenge und Relationen vom formalen zum empirischen Relationssystem

Das FRS enthält als Objektmenge A_1 eine Menge von n Punkten. Dieser Punktmenge wird in ERS eine Menge von n Reizobjekten zugeordnet.⁵³ Die Menge der Reizobjekte ist durch die Versuchsanordnung als die Menge der zu beurteilenden Reize gegeben.⁵⁴

⁵³ Die Abbildung von Reizobjekten auf Punkte ist keineswegs selbstverständlich. Reizobjekte können durchaus auf andere mathematische Größen (Geraden, Kurven, Kreise usw.) abgebildet werden. Modelle, in denen Reizobjekte auf Geraden abgebildet werden, sind MDPREF (interne Analyse) sowie PREFMAP (Phase IV) und PROFIT (externe Analyse). Der interessierte Leser sei auf GREEN & RAO (1972) sowie GREEN & CARMONE (1970) verwiesen.

⁵⁴ Der Verfasser ist sich bewußt, daß die Definition der Reize durch die Versuchsanordnung die darin eingeschlossenen Probleme nicht löst. STEVENS hat dies prägnant formuliert: "In a sense there is only one problem of psychophysics, namely the definition of the stimulus. In the

Der Objektmenge A_1 des FRS $\mathcal{A}_1 = \{A_1, R_1\}$, die als Punktmenge definiert ist, wird eine Objektmenge A_2 des ERS $\mathcal{A}_2 = \{A_2, R_2\}$, die als Menge von Reizobjekten definiert ist, zugeordnet. Über die inhaltliche Bestimmung der Reizobjekte ist noch nichts ausgesagt. Darauf und insbesondere auf die Wechselwirkung der Art der Reizobjekte mit der Art der Relation R_1 wird unter 5.3.8.1 eingegangen.

Als Relation R_1 auf der Objektmenge A_1 ist die Distanz

$$d_{ij}^{(r)} = \left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right] \frac{1}{r}$$

definiert. Als Relation R_2 auf der Objektmenge A_2 wird die Relation δ_{ij} (Unähnlichkeit von i und j) bzw. - mit Hilfe von MM 3 - γ_{ij} (Ähnlichkeit von i und j) definiert.

5.2.2 Die Postulate des Modells⁵⁵

Postulat 1: R sei eine endliche Menge von subjektiven Urteilsräumen mit

$$R = \{R_{ak} : a \in A \text{ und } k \in K, \}$$

wobei

$$A = \{a : a \text{ ist eine Menge von } n \text{ Reizobjekten}\}$$

same sense there is only one problem in all of psychology - and it is the same problem. The reason for equating psychology to the problem of defining stimuli can be restated thus: the complete definition of a stimulus to a given response involves the specification of all the transformations of the environment, both internal and external, that leave the response invariant." (STEVENS 1951, S.31f.).

⁵⁵Die inhaltliche Ausführung der Postulate erfolgt unter 5.3

und

$$K = \left\{ k : k \text{ ist ein durch die Versuchsanordnung hergestellter Urteilskontext.} \right\}$$

Postulat 2: Durch die in der Versuchsanordnung dargebotene Reizobjektmenge a wird eine Teilmenge $R_a \subset R$ von subjektiven Urteilsräumen aktiviert.

Postulat 3: Durch den in der Versuchsanordnung hergestellten Urteilskontext k wird eine Teilmenge $R_k \subset R$ von subjektiven Urteilsräumen aktiviert.

Postulat 4: Die aktivierten Teilmengen R_a und R_k enthalten genau ein gemeinsames Element R_{ak} . Der subjektive Urteilsraum R_{ak} liegt dem Urteilsverhalten im Urteilskontext k bezüglich der n Reizobjekte der Menge a zugrunde.

Postulat 5: Der subjektive Urteilsraum R_{ak} ist definiert durch die $m \cdot n$ ($m < n$) Koordinaten der n Reizobjekte. Der Parameter m heißt "Urteilskomplexität".

Postulat 6: Die das Urteil strukturierenden Elemente des subjektiven Urteilsraums heißen "Urteilsstrukturen". Die Menge unterscheidbarer Urteilsstrukturen umfaßt Urteilsdimensionen, Cluster-, Zirkumplex- und Simplex-Strukturen sowie überlagerte Strukturen. Überlagerte Strukturen sind aus den genannten Elementen zusammengesetzte (komplexe) Strukturen. Urteilsdimensionen sind in Abhängigkeit von der Prozeßregel (vgl. Postulat 8) für $r \neq 2$ notwendige, für $r = 2$ nicht notwendige strukturierende

rende Elemente des subjektiven Urteilsraums.⁵⁶

Postulat 7: Das Ähnlichkeitsurteil ist inhaltlich durch den jeweils aktivierten subjektiven Urteilsraum R_{ak} bestimmt.⁵⁷

Postulat 8: Die Darbietung je zweier Reizobjekte bewirkt einen diskriminativen Prozeß, der durch die Prozeßregel⁵⁸ $p_{ij}^{(r)}$ definiert ist. Sie ist gegeben durch

$$p_{ij}^{(r)} = \left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

und besitzt folgende drei Eigenschaften:⁵⁹

1. Zerlegbarkeit in m Komponenten

$$p_{ij}^{(r)} = f[\vartheta_1(x_{i1}, x_{j1}), \vartheta_2(x_{i2}, x_{j2}), \dots, \vartheta_m(x_{im}, x_{jm})]$$

wobei f eine in allen Argumenten monoton ansteigende Funktion ist,

ϑ_i eine symmetrische Funktion mit zwei Argumenten ist

und $\vartheta_i(x_{ie}, x_{je}) < \vartheta_i(x_{ie}, x_{je})$ wenn $x_i \neq x_j$.

2. Intradimensionale Subtraktivität

$$p_{ij}^{(r)} = f(|x_{i1} - x_{j1}|, |x_{i2} - x_{j2}|, \dots, |x_{im} - x_{jm}|)$$

⁵⁶Hier gehen die Sätze MM 9 bis MM 12 über die zulässigen Transformationen ein. Dies gilt insbesondere für Satz MM 9.

⁵⁷Hier geht Satz MM 3 ein, da sonst Postulat 7 wie folgt formuliert werden müßte: "Das Unähnlichkeitsurteil ist inhaltlich durch...bestimmt."

⁵⁸Diese Bezeichnung ist gewählt worden, um zu verdeutlichen, daß es sich um einen Vorgang, nämlich die Kombination von Einzelurteilen zu einem Gesamturteil handelt.

⁵⁹Hier gehen die Sätze MM 4 bis MM 8 und MM 13 ein.

wobei f eine in ihren Argumenten ansteigende Funktion ist. Das Ähnlichkeitsurteil basiert demnach auf den m Unterschiedlichkeiten je zweier Reizobjekte.

3. Interdimensionale Additivität

$$p_{ij}^{(r)} = f_m \left[\sum_{e=1}^m \varphi_e(x_{ie}, x_{je}) \right]$$

wobei f_m eine monoton ansteigende Funktion ist.

Postulat 9: Die durch die Prozeßregel bestimmten $\binom{n}{2}$ Ähnlichkeitsurteile werden von den V_{pn} auf dem Informationsniveau einer Ordinalskala wiedergegeben.⁶⁰

Postulat 9a(für direkte Verhaltensmessung): Die direkte Verhaltensmessung O_{ij} ist eine monotone Funktion der durch die Prozeßregel bestimmten $p_{ij}^{(r)}$.⁶¹

$$O_{ij} = f_m(p_{ij}^{(r)})$$

Die Postulate stehen mit den Sätzen MM 1 bis MM 13 (vgl. Kap. 3 und 4) wie folgt in Übereinstimmung:

Satz MM 1 (Monotonität) ist durch die Postulate 9 und 9a berücksichtigt. Satz MM 2 (Minimaldimensionalität) geht in Postulat 5 und damit in die Postulate 1 bis 4 ein. Satz 3 (über die inverse Beziehung zwischen Ähnlichkeit und Unähnlichkeit) liegt den Postulaten 7 bis 9 zugrunde. Die Sätze MM 4 bis MM 7 (Eigenschaften des metrischen Distanzbegriffs: Positivdefinitheit, Symmetrie und Dreiecksungleichung) sowie MM 8 (euklidische Distanz) und MM 13 (Min-

^{60,61} Hier geht Satz MM 1 ein.

kowski r-Distanz) sind mit Postulat 8 kongruent. Die Sätze über zulässige Transformationen MM 9 bis MM 12, gehen in die Postulate 5 und 6 ein.

Die Kongruenz (vgl. 2.5), der das mathematische Modell definierenden Sätze MM 1 bis MM 13 mit dem durch die Postulate definierten Modell der subjektiven Urteilsräume bedeutet nicht, daß beide Modelle lediglich Sätze enthalten, die wechselseitig voneinander ableitbar sind. Zwischen dem mathematischen Modell und dem psychologischen Modell besteht vielmehr ein "partieller Homomorphismus" (vgl. 2.3). So enthalten die Postulate 1 bis 4 Aussagen, die nicht direkt aus dem mathematischen System ableitbar sind. Diese Aussagen stützen den theoretischen Rahmen (vgl. 5.3). Sie sind von den Sätzen MM 1 bis MM 13 unabhängig, d. h. sie stehen mit ihnen nicht im Widerspruch. Ebenso gibt es Aussagen im mathematischen System, die im Kontext des psychologischen Modells keine eigenständige theoretische Bedeutung haben. So besitzt z. B. die in MM 13 enthaltene Potenzierung mit dem Faktor $\frac{1}{r}$ wegen Postulat 9 (über die ordinale Urteilsbildung) keine eigenständige theoretische Relevanz. Dies läßt sich leicht zeigen, da für alle (i,j) und (k,l) gilt:

$$\text{wenn} \quad \left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right]^{\frac{1}{r}} > \left[\sum_{e=1}^m |x_{ke} - x_{le}|^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

$$\text{dann auch} \quad \sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r > \sum_{e=1}^m |x_{ke} - x_{le}|^r$$

5.3. Ausführungen zu den Postulaten

Dieser Abschnitt dient der inhaltlichen Erläuterung des in 5.2 formulierten Modells. Sie wird dadurch erfolgen, daß

auf inhaltlich und methodisch nahestehende Ansätze Bezug genommen wird und diese von dem durch die Postulate 1 bis 9 definierten Modell der subjektiven Urteilsräume abgegrenzt werden.

In dem Klassifikationssystem von TOLMAN (1951, S. 6f.) zählt das hier entwickelte Modell zu den "theories which exhibit the trend toward a 'sui generis model'." TOLMAN unterscheidet davon Theorien, die sich dem "neuro-physiologischen Trend" (die meisten der S-R-Theorien) und solche, die sich dem "phänomenologischen Trend" anschließen. Im Gegensatz zu den intervenierenden Variablen des "neuro-physiologischen Trends", die bei HULL (1943) und GUTHRIE (1933) den Charakter von afferenten, efferenten oder assoziativen neuronalen Verbindungen haben, sind die hypothetischen Konstrukte eines 'sui generis model' "...a set of explanatory structures and processes...which draw on analogies from whatever other disciplines, such as mathematics..." (TOLMAN 1951, S. 7).

5.3.1 Postulat 1: R sei eine endliche Menge von subjektiven Urteilsräumen R_{ak} ⁶²

Das Postulat 1 beinhaltet drei Aussagen: Erstens führt es das hypothetische Konstrukt "subjektiver Urteilsraum" ein. Zweitens behauptet es eine endliche Menge von unterschiedlichen subjektiven Urteilsräumen, die, drittens, nach den beiden Parametern a und k variieren.

Das hypothetische Konstrukt "subjektiver Urteilsraum" steht in Entsprechung zu den Sätzen MM 4 bis MM 8 und MM 13

⁶²Die Postulate werden in der Überschrift jeweils in verkürzter Form wiedergegeben.

des mathematischen Modells. Die Vorstellung eines Urteilsraumes ist nicht neu. Ähnliche, wenn auch - wie noch gezeigt wird - inhaltlich klar abgrenzbare Konstrukte wurden von OSGOOD, SUCI & TANNENBAUM(1957), CRONBACH (1955), RUNKEL (1956), SARBIN, TAFT & BAILEY (1960) und KELLY (1955) eingeführt.⁶³ Eine ausführliche Gegenüberstellung und Abgrenzung des Konstrukts eines "subjektiven Urteilsraums R_{ak} " zu CRONBACHs hypothetischem Konstrukt einer "implicit personality theory" wird unter 7.3.2 erfolgen. Auf die Beziehung zum OSGOODschen Konstrukt eines "semantischen Raumes" wird anschließend eingegangen. Dies kann hier nur kurz geschehen, da dazu bereits den Ausführungen zu anderen Postulaten, insbesondere zu Postulat 6 und 8, vorgegriffen werden muß.

Im folgenden werden zwei Gesichtspunkte zur Abgrenzung der Konstrukte "subjektiver Urteilsraum R_{ak} " und "semantischer Raum" angesprochen:

1. Dem semantischen Raum liegt das mathematische Modell der Faktorenanalyse zugrunde. Die psychologische Interpretation einer Dimension im semantischen Raum ist daher von der Interpretation einer Dimension im subjektiven Urteilsraum R_{ak} zu trennen. Die Unterscheidung wird unter 5.3.6.1 ausgeführt.

An dieser Stelle sei vorausgeschickt, daß der Dimensions-

⁶³Weitere theoretische Begriffe zur Kennzeichnung strukturierender Größen des Urteilsverhaltens finden sich bei FRENCH (1947), ZAJONC (1954), in TOLMANs Konzept der "cognitive maps", im Begriff des "Schemas" bei PIAGET und BARTLETT, in den "cognitive controls" von KLEIN, aus assoziationspsychologischer Sicht bei MANDLER (1962) sowie bei SCOTT (1962). Schließlich sei noch auf die Beziehung zu den Begriffen "mental maps" (HAYEK 1952), "nomological network" (CRONBACH & MEEHL 1955) und "hypothesis" (POSTMAN 1951) hingewiesen.

begriff im R_{ak} als "Dimension der Urteilsdifferenzierung" und der Dimensionsbegriff im semantischen Raum als "Dimension der Sättigung" bezeichnet wird. Entsprechend lassen sich die beiden räumlichen Modelle als Differenzierungs- bzw. Sättigungsraum interpretieren. Im vollständig erklärten Fall (Stress $S = 0$) können die Reizobjekte in einem Raum der Urteilsdifferenzierung, d. h. in einem subjektiven Urteilsraum R_{ak} prinzipiell jede beliebige räumliche Verteilung (Struktur) annehmen. Im semantischen Raum sind dagegen im vollständig erklärten Fall (erklärte Varianz = 100%) alle Reizobjekte auf der Oberfläche eines Hyperspheroids lokalisiert (vgl. 5.3.6.1). Aus dieser Unterscheidung leitet sich die unterschiedliche Relevanz des hypothetischen Konstrukts einer "nichtdimensionalen Urteilsstruktur" für beide Modelle her (vgl. 5.3.6.2 bis 5.3.6.5).

2. Der semantische Raum wird über das aus dem semantischen Differential abgeleitete indirekte Ähnlichkeitsmaß D (vgl. 3.1.2.3.2) konstruiert. Das Maß D muß jedoch als Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs im Modell der subjektiven Urteilsräume zurückgewiesen werden, da es mit den Modellpostulaten ohne zusätzliche und schwer prüfbare Annahmen über das Urteilsverhalten der V_{pn} (vgl. 6.2.1) nicht übereinstimmt.

Wenn auch vielerorts - meist auf dem Vektorraum der Faktorenanalyse basierende - räumlich-theoretische Vorstellungen formuliert werden,⁶⁴ ist die Kritik an der Nützlichkeit räumlicher (meist euklidischer) Modelle nicht ausgeblieben. Ein Beispiel für die Kritik an der Anwendung des euklidischen Raummodells aus informationstheoretischer Perspek-

⁶⁴ Die Relevanz räumlicher Modellvorstellungen wird aus phänomenologischer Sicht klar formuliert: "...unser gesamtes begriffliches Denken, mit dessen Hilfe wir die Welt unserer Erfahrung unterscheiden und ordnen, ist orientiert am Schema des Raumes." (LERSCH 1970, S.102).

tive ist der Aufsatz von BOYD (1972) unter der provokativen Überschrift "Euklid as a Social Scientist" (a.a.O., S.213). Er schreibt darin: "If the model of man in behavioral psychology is characterized as a black box with nothing inside, the scaling model can be seen as a black box with space inside. Space is nothing, but it leaves the social scientist with some empty feeling." (a.a.O., S.214) Seine Ausführungen weisen in ihrer Polemik weder Richtlinien für Falsifikationen auf, noch vermag er falsifizierende empirische Hinweise anzugeben. Andererseits ist der Abschätzung bzw. der Sicherung der Validität von auf räumlichen Vorstellungen aufbauenden psychologischen Ansätzen (vgl. 2.2) kaum empirische Aufmerksamkeit gewidmet worden.⁶⁵

Die Überprüfung der Validität des Modells der subjektiven Urteilsräume hat dabei an zwei Stellen anzusetzen:

1. Die Überprüfung der Modell-Postulate an den empirischen Ähnlichkeitsmessungen (z. B. die Überprüfung der Gültigkeit von Postulat 8 über den Nachweis der Symmetrie, Transitivität und interdimensionalen Additivität der

⁶⁵ So kann z. B. die große, noch immer anwachsende Zahl aufgefundener Persönlichkeitsdimensionen m. E. einer theoriearmen "empirischen Sammeltätigkeit" mit Hilfe faktorenanalytischer Methoden angelastet werden. FRENCH (1953) berichtet bereits über mehr als 950 ermittelte Persönlichkeitsfaktoren, KALLINA (1967) über 50 "gesicherte" Faktoren. Selbst wenn diese 50 Dimensionen nur dichotomisiert werden, kann von der derzeitigen Weltbevölkerung nur ein verschwindend kleiner Anteil der resultierenden ²⁵⁰ Zellen besetzt werden. Ein Herausarbeiten des durch das faktorenanalytische Modell und dem zugehörigen Versuchsplan implizierten "Modells der Persönlichkeit" (im Sinne der eingangs formulierten Prämissen und der Konzeption der vorliegenden Arbeit) würde verdeutlichen, daß es sich bei diesen als "Dimensionen der Persönlichkeit" interpretierten Faktoren um eine Vermengung von Dimensionen handelt, die die Struktur der jeweils vorgegebenen p Skalen bzw. p Fragebogen-Items, weiterhin die Struktur des Urteilsverhaltens (bei Q- und L-Daten) und die gesuchte "Struktur der Persönlichkeit" messen.

Ähnlichkeitsurteile.⁶⁶

2. Die Überprüfung des Konstrukts "subjektiver Urteilsraum R_{ak} " über die allgemeinen Vorgehensweisen zur Bestimmung der Konstruktvalidität sowie der prognostischen Validität (vgl. z. B. MICHEL 1964 , CAMPBELL & STANLEY 1963).

Die zweite im Postulat 1 enthaltene Aussage bezieht sich auf die Annahme einer endlichen Menge R von subjektiven Urteilsräumen. Diese Aussage ist unabhängig vom mathematischen Modell, d. h. sie ist weder notwendig noch steht sie im Widerspruch mit den Sätzen MM 1 bis MM 13. Diese Unabhängigkeit weist auf die partielle Homomorphie (vgl. 2.3) zwischen dem Modell der subjektiven Urteilsräume und dem in Kap. 3 und 4 dargestellten formalen Relationssystem hin.

Das Prädikat "endlich" stützt sich auf zwei empirisch gesicherte Tatbestände: die Annahme einer "endlichen" gegenüber einer "unendlichen" Menge R berücksichtigt die die Urteilsvariabilität verringernden systematischen Urteilstendenzen (z. B. Halo-Effekt, logischer Fehler, vgl. THORNDIKE 1920, GUILFORD 1959, S.139ff), die auf das Urteilsverhalten zu übertragenden Paradigmen der Reiz- und Reaktionsgeneralisierung sowie wahrnehmungspsychologisch begründete Ökonomieprinzipien (vgl. HEIDER 1958). Die Annahme einer "endlichen" Menge R gegenüber der Behauptung eines "einzigen" subjektiven Urteilsraums - entsprechend dem generellen dreidimensionalen semantischen Raum OSGOODS - berücksichtigt explizit das Phänomen der Konzept-Skalen-Interaktion der Differentialtechnik (GULLIKSEN 1958, ERTEL 1965a,b). Dieses besagt, daß sich die

⁶⁶ Der Nachweis der Gültigkeit der Dreiecksungleichung ist dagegen (wegen Postulat 9) empirisch nicht durchführbar (vgl. 5.3.9.2.1).

faktorielle Struktur in Abhängigkeit der Auswahl der Konzepte ändert. In die Formulierung des Postulats 1 übersetzt, heißt dies, daß der subjektive Urteilsraum in Abhängigkeit vom Parameter a variiert und nicht ein einziger subjektiver Urteilsraum postuliert wird.

Darüberhinaus sieht das Postulat 1 eine zweite "Varianzquelle", den Parameter k , vor. Damit ist der Einfluß von Kontextvariablen gekennzeichnet. Diese dritte Aussage ist - als Parametrisierung der zweiten Aussage - ebenfalls unabhängig vom mathematischen Modell. Ihre Begründung liegt in den experimentellen Hinweisen auf den Einfluß von Versuchsinstruktion, Information und anderen Kontextvariablen (vgl. z. B. ACH 1905, WENDER 1969) auf das Urteilsverhalten. Auf die beiden Parameter a und k wird in den Abschnitten 5.3.2 und 5.3.3 eingegangen.

5.3.2 Postulat 2: Durch die in der Versuchsanordnung dargebotenen n Reizobjekte wird eine Teilmenge $R_a \subset R$ von subjektiven Urteilsräumen aktiviert

Die Verwendung des Verbums "aktivieren" beabsichtigt nicht, eine Verbindung zu einer neurophysiologischen Betrachtungsweise herzustellen. Die Darstellung erfolgt vielmehr in einem "sui-generis"-Modell, d.h. das Verbum ist auf dem Hintergrund der mengentheoretischen Formulierung der Postulate 2 bis 4 zu interpretieren. Mit "Aktivierung" wird hier ein Vorgang bezeichnet, der durch das Paradigma des "cognitive tuning" (ZAJONC 1960) beschrieben ist.

Für die Teilmengen a von A gibt es keine inhaltliche Einschränkung. In der Regel werden sie einem der drei hauptsächlichen Anwendungsgebiete, der Psychophysik, der Per-

sonenbeurteilung sowie der Sprachpsychologie¹ angehören. Unterschiedliche Urteilsmodelle für verschiedene Reizobjektklassen werden auch bei TAGIURI & PETRULLO (1958) in der Trennung zwischen "thing perception" und "person perception" angenommen. Eine konträre Position vertreten z. B. SHERIF & CANTRIL (1947, S. 199f.): "...the basic instances are the same in the nature." Dagegen liegen heute gesicherte experimentelle Befunde vor (vgl. HYMAN & WELL 1967, 1968, SHEPARD 1964a), die darauf hinweisen, daß sogar innerhalb des Bereiches der "thing perception" verschiedene physikalische Reizobjektklassen - in der Terminologie der vorliegenden Arbeit - verschiedene Urteilsräume mit verschiedenen Prozeßregeln "aktivieren" (vgl. 5.3.8).

5.3.3 Postulat 3: Durch den in der Versuchsanordnung hergestellten Urteilskontext k wird eine Teilmenge $R_k \subseteq R$ von subjektiven Urteilsräumen aktiviert

ZAJONC wies experimentell den Einfluß unterschiedlicher Aufgabeninstruktionen auf die von ihm entwickelten Maße der Differenzierung, Komplexität, Einheitlichkeit und des Organisationsgrades von kognitiven Strukturen nach. ZAJONC geht dabei nicht von einem metrischen Raummodell aus, verwendet aber zugleich das theoretische Konstrukt einer "kognitiven Dimension", dessen Bedeutung offen bleibt. Im engen theoretischen Zusammenhang kann das den Einfluß der Aufgabenstellung bezeichnende Konstrukt der "determinierenden Tendenz" (ACH 1905, LEWIN 1922a,b, KÜLPE 1904) der Würzburger Schule gesehen werden. Während der im mengentheoretischen Kontext verwendete Begriff des "Aktivierens" wenig theoretische Schwierigkei-

ten bereitet, erscheint eine umfassende Bezeichnung dessen, was die Menge K der Urteilkontexte k umfassen soll, schwer bis unmöglich: "At present we have little or no empirical evidence about the ways situational forces are perceived by people." (SCHNEIDER 1973, S.298) Eine Beschränkung auf exemplarische Hinweise erscheint daher vorerst unumgänglich. Zu den Kontextvariablen, die einen Urteilkontext k formen, zählen Ankerreize gemäß HELSONs "law of adaptation level" (vgl. BRUNER 1957), durch zeitliche Beschränkung bedingte Schwierigkeiten bei der Urteilsbildung (WENDER 1969), die die Aufgabeninstruktion betreffenden Aspekte des "receiving and transmitting" (ZAJONC 1960) sowie die "determinierende Tendenz" (ACH 1905). Die Schwierigkeit einer klassifikatorischen Strukturierung des Begriffsfeldes "Urteilkontext" geht mit einer allgemeinen Vernachlässigung der systematischen Analyse situativer Variablen in der Psychologie einher. Die varianzaufklärende Kraft situativer Variablen ist gleichzeitig wohlbekannt (vgl. ENDLER & HUNT 1966, MOOS 1968, 1969, HASTORF, SCHNEIDER & POLEFKA 1970, ARGYLE & LITTLE 1971).

5.3.4 Postulat 4: Die aktivierten Teilmengen $R_{.k}$ und $R_{.a}$ enthalten genau ein gemeinsames Element R_{ak}

Das Postulat eines einzigen subjektiven Urteilsraums R_{ak} , der dem Urteilsverhalten in der durch die Parameter a und k spezifizierten Versuchsanordnung zugrundeliegt, ist das theoretische Pendant zur methodischen Forderung einer eindeutigen Lösung (vgl. 4.3) und dem damit verbundenen "uniqueness-theorem" (SHEPARD 1966, SUPPES & ZINNES 1963, S.8ff).

5.3.5 Postulat 5: Der subjektive Urteilsraum R_{ak} ist definiert durch die $m \cdot n$ Koordinaten der n Reizobjekte auf den m Urteilsdimensionen
Der Parameter m heißt Urteilskomplexität

Diese formale Definition eines subjektiven Urteilsraums R_{ak} unter Bezugnahme auf den Begriff der Urteilsdimension stellt eine hinreichende, jedoch nicht notwendige Definition dar. Der subjektive Urteilsraum kann gleichermaßen über nichtdimensionale Urteilsstrukturen bestimmt werden. So ergibt sich z. B. bei der Beurteilung von Farbtönen mit konstanter Helligkeit und Sättigung eine Kreisstruktur der Reizobjekte (vgl. SHEPARD 1962a). Hier kann der subjektive Urteilsraum R_{ak} bereits durch die Angabe der n im Kreismittelpunkt ansetzenden Winkel hinreichend definiert werden.

Die zweite Aussage des Postulats 5 betrifft die Einführung des hypothetischen Konstrukts "Urteilskomplexität". Die Urteilskomplexität gibt den Grad der Differenzierung des subjektiven Urteilsraums R_{ak} an. Das Konstrukt ist im Rahmen der Ausführungen unter 3.4 operational definiert. Es bezeichnet die Anzahl m von unabhängigen Urteilsdimensionen, die simultan zur Beurteilung der n Reizobjekte herangezogen werden. Liegt eine nichtdimensionale Urteilsstruktur vor (siehe dazu 5.3.6.2 bis 5.3.6.5), so erscheint es konsequent, die Komplexitätswerte der jeweiligen Urteilsstruktur anzupassen. Die vorgeschlagenen Werte für den Grad der Urteilskomplexität enthält Tab.6. Entsprechend Tab.6 ergibt sich z. B. für den bei der Ähnlichkeitsbeurteilung von Farbtönen mit konstant gehaltener Helligkeit und Sättigung aktivierten Urteilsraum R_{ak} eine Urteilskomplexität von $m - 1 = 1$, da eine Kreisstruktur (Hyperspheroidstruktur) vorliegt. Wird zusätzlich die

Helligkeit der Reizobjekte variiert, so wird ein R_{ak} aktiviert, der die Urteilsstruktur des "Farbkegels" zeigt. Diese besteht aus der Überlagerung des Farbkreises und der Urteilsdimension "Helligkeit". Die Urteilskomplexität steigt dann auf $(m - 1) + 1 = 2$.

Urteilsstruktur	Kennwert	Urteilskomplexität
Urteilsdimension (en)	m	m
Hyperspheroidstruktur	m	m - 1
Simplexstruktur	m	m
Clusterstruktur	q (Anzahl der Cluster)	q - 1
Überlagerte Strukturen	m,q	$UK_1 + UK_2 + \dots$

Tab.6 : Vorgeschlagene Werte der Urteilskomplexität für verschiedene Urteilsstrukturen und überlagerte Strukturen.

Abschließend sei die Beziehung des hypothetischen Konstrukts "Urteilskomplexität" zu dem Begriff der "kognitiven Komplexität" untersucht.

Kognitive Komplexität, so wie sie von CROCKETT (1965), BIERI (1955, 1961) und BONARIUS (1969, S.14ff) verstanden wird, ist weit davon entfernt, ein klar definierter Begriff innerhalb eines theoretischen Modells zu sein. So gibt allein BONARIUS aus der Sicht von KELLYs "Psychologie der personalen Konstrukte" (KELLY 1955, 1963)⁶⁷ zehn divergierende Operationalisierungen an. BIERI, der

⁶⁷"...the single greatest contribution of the past decade to the theory of personality functioning" (BRUNER 1956, zit. in BONARIUS 1965, S.1).

bei KELLY studierte, definiert kognitive Komplexität als "...the capacity to construe social behavior in a multi-dimensional way. A more cognitively complex person has available a more differentiated system of dimensions for perceiving other's behavior..." (BIERI et. al. 1975, S.185). CROCKETT bezeichnet, gestützt auf WERNER (1957), "...the relative number of constructs in a cognitive system as its degree of cognitive differentiation." (CROCKETT 1965, S.49) Er unterscheidet "two theoretical aspects of cognitive complexity, differentiation and hierarchic integration..." (a.a.O., S.50). Da er jedoch - im Gegensatz zur Prämisse der vorliegenden Arbeit - mathematische Methoden nicht als theoretische Modelle betrachtet, erweisen sich bei ihm die Operationalisierungsmöglichkeiten der beiden von ihm genannten Aspekte praktisch als unbegrenzt. So empfiehlt der Autor zur Bestimmung des Grades der hierarchischen Integration sowohl die phänomenologischen Ansätze von ZAJONC (1960) - ZAJONC wurde von LEWIN beeinflusst - als auch "...such techniques as multidimensional scaling, multidimensional unfolding and factor analysis." (a.a.O., S.52) Das "multidimensional unfolding" ist ein Modell, das zur simultanen Darstellung von Beurteilern und Reizobjekten im gleichen Urteilsraum unter Annahme einer "single peaked preference function (SPPF)" dient.⁶⁸ Das Vektormodell der Faktorenanalyse stellt da-

⁶⁸ Eine SPPF ist eine Präferenzfunktion mit einem einzigen Modalwert, der die Position der Präferenz durch den sogenannten "ideal-point" angibt. Mit der Distanz vom ideal-point fällt die Präferenz monoton. Dagegen liegt einem entsprechenden Vektormodell die theoretische Vorstellung einer unbegrenzt monoton ansteigenden Präferenzfunktion zugrunde. Modelladäquate Beispiele sind für die SPPF des Distanzmodells die Bevorzugung einer mittleren Temperatur (nicht zu kalt und nicht zu heiß) und für die vektorielle Präferenzdarstellung die Präferenz von Geldsummen. Hier wird bereits durchsichtig, daß beide mathematischen Modelle psychologische Postulate implizieren, die

gegen entweder nur die Reizobjekte oder die Beurteiler im Faktorenraum dar und ist theoretisch mit der Modellvorstellung einer SPPF unverträglich.⁶⁹

Ein derartig freizügig gehandhabter "Operationalisierungspluralismus" erweist sich auf dem Hintergrund der eingangs formulierten Prämisse - die Betrachtung von Methoden als mathematisch formulierte Modelle für Urteilsverhalten (vgl. Kap.1) - als theoretisch wenig fruchtbar. Das Konstrukt "kognitive Komplexität" kann nicht gleichzeitig einander widersprüchliche Bedeutungen haben. Die Widersprüchlichkeit zeigt sich in der Divergenz der Postulate, die aus den verschiedenen zur Operationalisierung empfohlenen mathematischen Modellen expliziert werden.

Der im theoretischen Rahmen des Modells der subjektiven Urteilsräume klar definierte Begriff der "Urteilskomplexität" erweist sich in seiner theoretischen und operationalen Definition als mit keiner der in der Literatur gegebenen Definitionen von "kognitiver Komplexität" kongruent. Wird die Definition von BIERI (1975, S.185) zugrunde gelegt, so zeigt sich die Bedeutungsunterschiedlichkeit in zwei Aspekten:

1. Der Dimensionsbegriff bei BIERI entspricht dem einer "Sättigungsdimension" und nicht dem einer "Differenzierungsdimension" (vgl. 5.3.6.1) im Modell der subjektiven Urteilsräume.
2. Damit im Zusammenhang steht, daß nichtdimensionale Strukturbegriffe (vgl. 5.3.6.2 bis 5.3.6.5) zur Schät-

einander widersprüchlich sind. Mit beiden Modellen dagegen unverträglich ist z. B. ein bimodales Präferenzverhalten, wie es sich in der Präferenz von sowohl heißem als auch eiskühlem Tee verbunden mit einer Abneigung gegen lauwarmen Tee zeigt.

⁶⁹Weiterhin ist anzumerken, daß die von CROCKETT vorgeschlagenen dimensionsanalytischen Methoden keine Aussa-

zung des Grades der kognitiven Differenzierung unberücksichtigt bleiben (vgl. dagegen Tab.6).

5.3.6 Postulat 6: Die das Urteil strukturierenden Elemente des subjektiven Urteilsraumes heißen "Urteilsstrukturen". Die Menge der Urteilsstrukturen umfaßt Urteilsdimensionen, Cluster-, Zirkumplex- und Simplexstrukturen sowie überlagerte Strukturen.

In Postulat 6 wird das hypothetische Konstrukt "Urteilsstruktur" eingeführt. Die zur Realdefinition des Konstrukts angeführten Begriffe lassen sich zwei Klassen zuordnen. Die Klasse der dimensionalen Urteilsstrukturen umfaßt als einziges Element den Begriff der "Urteilsdimension". Die Klasse der nichtdimensionalen Urteilsstrukturen umfaßt die Elemente Cluster, Zirkumplex- und Simplexstrukturen sowie die überlagerten Strukturen. Alle Urteilsstrukturen haben ihre Entsprechung in einfachen geometrischen Formen: in der Geraden, der relativen Punktdichte, dem Kreis und der Kugel sowie dem gleichseitigen Dreieck und dem Tetraeder.

Die Verbindung von Postulat 6 zu den Sätzen des mathematischen Modells ist folgende: In Satz MM 9 wird die Unzulässigkeit von Rotationen für $r \neq 2$ festgestellt. Im Modell wird dies über die Implikation einer dimensional Urteilsstruktur durch Prozeßregeln mit $r \neq 2$ abgebildet. Eine Umkehrung der Implikation, d. h. eine Äqui-

gen über die von ihm angestrebten hierarchischen Strukturen von Begriffen ("constructs") zulassen. Methodische Ansätze, die die hierarchische Strukturierung analysieren, finden sich im Bereich der Taxometrie (vgl. GIGERENZER 1977a).

valenz, liegt nicht vor. Die Möglichkeit von überlagerten Strukturen, die das Element "Urteilsstruktur" mit einbegreifen, bleibt für $r \neq 2$ vorbehalten. Gemäß MM 9 ist der Strukturbegriff "Urteilsdimension" für Prozeßregeln mit $r = 2$ nicht notwendig und kann durch andere Urteilsstrukturen ersetzt oder wiederum überlagert werden.

Die Begründung der Einführung nichtdimensionaler Urteilsstrukturen liegt darin, daß die Reizobjekte im subjektiven Urteilsraum charakteristische räumliche Strukturen annehmen können, welche entsprechende Urteilsräume, die auf faktorenanalytischen Ansätzen aufbauen, im vollständig erklärten Fall (erklärte Varianz = 100%) nicht aufzeigen können (vgl. Abb.13).

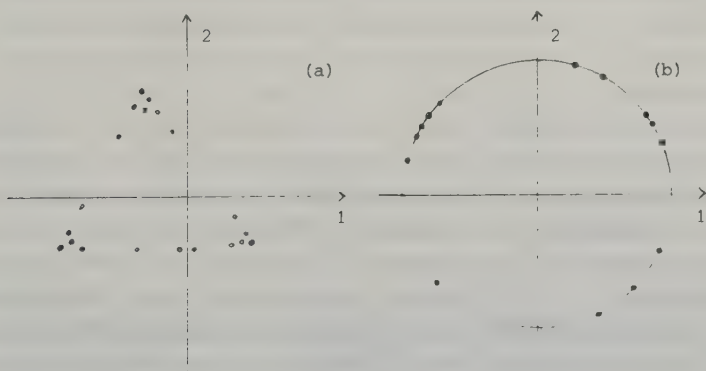


Abb.13: (a) hypothetisches Beispiel einer Simplexstruktur in einem subjektiven Urteilsraum mit $m = 2$ und Stress $S = 0$
(b) hypothetisches Beispiel einer räumlichen Struktur von Reizobjekten für ein faktorenanalytisches Modell mit $m = 2$ und erklärter Varianz = 100%. Die Reizobjekte liegen hier immer auf dem Einheitskreis. Nichtdimensionale Strukturen können nur in Form von Punkteverteilungen auf der Kreislinie betrachtet werden.

Nichtdimensionale Strukturbegriffe stellen als Alternativen zum Begriff der "Urteilsdimension" wichtige und beispielsweise für Farb- und Geschmacksreize (vgl. 5.3.6.2 und 5.3.6.3) dem Dimensionsbegriff deutlich überlegene deskriptive Konstrukte zur Beschreibung der Urteilsstruktur dar. Während der Dimensionsbegriff in vielen psychologischen Bereichen Eingang gefunden hat (vgl. 2.2), sind andere räumliche Strukturbegriffe bisher wenig beachtet worden.

5.3.6.1 Der Strukturbegriff der "Urteilsdimension"

Die Verwendung des Begriffs "Urteilsdimension" geschieht in der theoretischen und empirisch-psychologischen Literatur oft in unscharfer Weise. Es lassen sich mindestens drei psychologisch verschiedene Bedeutungen voneinander abgrenzen:

Als Urteilsdimension im 1. Sinn (UD 1) wird eine Dimension bezeichnet, auf der die n Reizobjekte, z. B. Einstellungsstatements, so angeordnet sind, daß die V_p , die dem Statement i zustimmt, denjenigen Statements am meisten zustimmt, die am nächsten bei i liegen. Eine Dimension heißt Urteilsdimension im 2. Sinn (UD 2), wenn auf ihr die n Reizobjekte so angeordnet sind, daß die V_p , die dem Reizobjekt i zustimmt, allen Reizobjekten links von i ebenfalls zustimmt. Es gibt dann ein Reizobjekt j rechts von i , für das gilt, daß alle Reizobjekte rechts von j abgelehnt werden.

Die Urteilsdimension im 1. Sinn entspricht dem in Postulat 6 eingeführten Begriff der "Urteilsdimension" im subjektiven Urteilsraum. Die Urteilsdimension im 2. Sinn entspricht einer GUTTMAN-Skala. Die methodische Verwandtschaft der beiden psychologisch verschiedenen Begriffe

einer "Urteilsdimension" läßt sich nach WEISBERG folgendermaßen zeigen: "The argument is that proximity scales will occur when two conditions are met simultaneously. There must be some variance in individual preferences, so that not everyone most prefers a maximum (or minimum) of the dimension. Additionally the individuals must only indicate which alternatives they consider acceptable, rather than indicate which element of a pair comparison they prefer... If either of these conditions is not met, GUTTMAN scales (or their generalisations for nondichotomous and for multidimensional data) will be more likely," WEISBERG 1974, S. 755).

Der faktorenanalytische Dimensionsbegriff wird als Urteilsdimension im 3. Sinn (UD 3) bezeichnet. In der Faktorenanalyse (FA) wird die PMK_{ij} als Cosinus des Winkels zwischen den Vektoren i und j abgebildet. Kovariieren die Reizobjekte maximal, so erhält man eine einzige Dimension. Sie ist also eine Dimension der Sättigung, d. h., die Position der Reizobjekte gibt an, in welchem Maße sie mit dem gemeinsamen Element gesättigt sind. Die UD 1 dagegen ist ein Kontinuum der Differenzierung. Gemäß der monotonen Distanzfunktion werden hier ähnliche Reizobjekte nahe zusammen und die einander verschiedensten an den beiden Enden der Urteilsdimension plazierte.

Die Notwendigkeit der psychologischen Unterscheidung zwischen UD 1 und UD 3 wird darüberhinaus deutlich, wenn man den mehrdimensionalen Fall behandelt. Für die gleichen Reizobjekte ist die Anzahl der UD 3 nach einer Faktorenanalyse in der Regel größer als die Anzahl der UD 1 nach einer NMDS (vgl. z. B. SHEPARD 1962a). Die Begründung dafür liegt zum einen in der ordinalen Distanzfunktion (MM 1), zum anderen in der Konstruktion eines Nullpunkts, der zur Winkelbestimmung im faktorenanalytischen

Modell dient. Die Entstehung einer unterschiedlichen Anzahl von Dimensionen sei exemplarisch durch die Skalierung einer Matrix (Tab.7) mit Hilfe von Faktorenanalyse und NMDS (ABB.14) demonstriert:

	A	B	C
A	1	1	0
B	1	1	0
C	0	0	1

Tab.7: Korrelationsmatrix für n = 3 Reizobjekte.

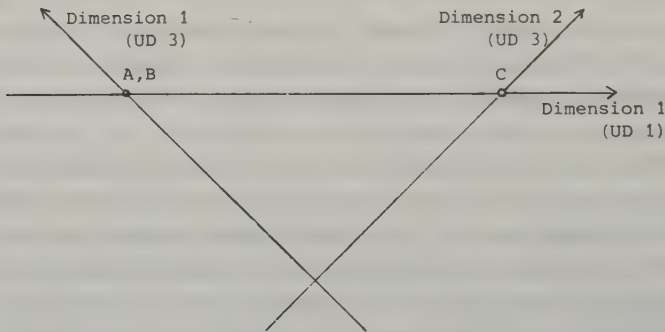


Abb.14: Die Analyse der Korrelationsmatrix in Tab.7 durch Faktorenanalyse ergibt 2 Dimensionen UD 3. Die Analyse durch NMDS ergibt eine einzige Dimension UD 1.

Der Begriff der Urteilsdimension in der NMDS bezieht sich auf ein Kontinuum der Differenzierung. Im eindimensionalen Fall sind die Reizobjekte auf der Urteilsdimension so lokalisiert, daß ihre Distanzen mit der Rangordnung der Ähn-

lichkeitsurteile übereinstimmen. Reizobjekte, die als mit allen anderen Reizobjekten relativ hoch ähnlich eingeschätzt werden, liegen in der Mitte der Urteilsdimension. Reizobjekte, die als mit allen anderen Reizobjekten relativ unähnlich eingeschätzt werden, liegen an den Enden der Urteilsdimension. Entsprechendes gilt für den mehrdimensionalen Urteilsraum, jedoch nicht für UD 2 und UD 3 (siehe Tab.8).

	UD 1 NMDS	UD 2 GUTTMAN Skala	UD 3 Faktorenanalyse
Urteilsdimension	Kontinuum der Differenzierung	Kumulative Skala	Kontinuum der Sättigung
Daten	Ähnlichkeitsmaße	Dominanzmaße	Skalarprodukte (meist PMKs)
an den beiden Enden der Dimension liegen	die beiden unähnlichen Reizobjekte	das "leichteste" und das "schwierigste" Reizobjekt	Reizobjekte mit perfekter negativer Kovariation

Tab.8: Drei unterschiedliche Begriffe einer "Urteilsdimension" für NMDS, GUTTMAN Skala und Faktorenanalyse.

Die Unterscheidung zwischen dem Vektormodell der UD 3 und dem Distanzmodell der UD 1 wird im folgenden auf den mehrdimensionalen Fall verallgemeinert und veranschaulicht.

In Abb.15 und 16 sind dazu die Reizobjekte 1 bis 8 in $m = 2$ Dimensionen angegeben.

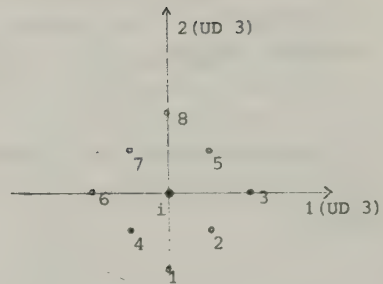
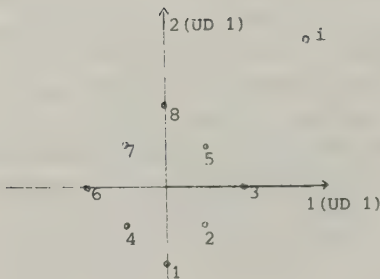


Abb. 15: Lokalisation des Reizobjekts i im (Distanz-)Modell eines subjektiven Urteilsraums R_{ak}

Abb. 16: Lokalisation des Reizobjektes i im (Vektor-)Modell der Faktorenanalyse

Bestimmt wird nun die Position eines weiteren Reizobjekts i in der durch die 8 Reizobjekte festgelegten Struktur. Die Korrelation von i mit allen anderen Reizobjekten sei Null (für das Vektormodell) bzw. alle Distanzen von i zu den Reizobjekten seien die größten Distanzen (für das Distanzmodell). Aus Abb. 15 wird ersichtlich, daß im subjektiven Urteilsraum das Reizobjekt i weit außen lokalisiert⁷⁰, während im faktorenanalytischen Modell (Abb. 16) das Reizobjekt im Nullpunkt, also im Zentrum der Reizobjekte lokalisiert wird.

Eine präzise Abgrenzung des Begriffs der "Urteilsdimension"

⁷⁰ die exakte Position hängt von der Rangordnung der 8 Distanzen von i ab.

im Modell der subjektiven Urteilsräume von anderen Verwendungen des Dimensionsbegriffs ist notwendig, um nicht in die Vieldeutigkeit dieses Konstrukts zurückzufallen. Diese zeigt sich, neben den bereits angeführten Bedeutungen UD 1, UD 2 und UD 3, bei BORING (1933), POSTMAN (1953), RUNKEL (1956) sowie in den Ausführungen von LOHR. Letzterer schreibt: "... (daß) man sich gegenüber den phänotypischen Klassifizierungen reserviert verhält, um... zum konditional genetischen Begriff zu gelangen. Die Faktorenanalyse ist ein technisches Verfahren, das diesen Übergang deutlich macht."⁷¹ (LOHR, in LEWIN 1963, S.20).

Eine weitere Bedeutung hat der Dimensionsbegriff in ZAJONCs Theorie des "cognitive tuning": "A psychological dimension is one's capacity to map consistently a set of response onto a collection of stimuli that is itself ordered" (ZAJONC 1954, S.328).

Einen Überblick der Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der multidimensionalen Skalierung unter Zugrundelegung des Dimensionsbegriffs als Wahrnehmungs- und Urteilsdimension geben INDOW (1974), SHEPARD (1974) und CLIFF (1973).

Abschließend wird auf ein mit der Verwendung des Strukturelements "Urteilsdimension" eng verbundenes Problem eingegangen:

Die Bestimmung der Lage der Dimension im euklidischen Raummodell ($r = 2$) als Grundlage einer dimensional Interpretation der NMDS-Konfiguration. Diese Problematik entfällt für alle nichtdimensionalen Urteilsstrukturen sowie für alle Prozeßregeln mit $r \neq 2$. Wegen Satz MM 9 bleibt die Lage der Dimension im euklidischen Raum theoretisch unbestimmt. Zu einer eindeutigen Festlegung als Grundlage der dimensional Interpretation

⁷¹ Hervorhebung durch den Verfasser.

tation lassen sich drei Strategien unterscheiden:

1. die Interpretation unrotierter orthogonaler Dimensionen als psychologische Urteilsdimensionen
2. die Interpretation der nach einem Kriterium rotierten orthogonalen (bzw. obliquen) Dimensionen (z. B. KAISER 1958) als Urteilsdimensionen
3. die empirisch fundierte Interpretation mit Hilfe der unter 3.4.5 dargestellten multiplen Regressionstechniken.

In der Regel wird bei dimensionsanalytischen Untersuchungen die Strategie 2 verfolgt. Im besonderen trifft dies für faktorenanalytische Versuchspläne zu. Hier hat sich zur Lösung des Interpretationsproblems in der psychologischen Forschung vielerorts ein "Ritual der Hauptkomponentenanalyse mit psychologischer Interpretation der VARIMAX-rotierten Faktoren" verfestigt. Das mitunter bedenkenlose Vertrauen in den "psychologischen Gehalt" von VARIMAX-rotierten Dimensionen hat bereits in der NMDS-Literatur Eingang gefunden:

"Um die Achsen des Koordinatensystems als theoretische Dimensionen zu interpretieren, muß die ausgewählte MDSCAL-Lösung⁷² zunächst VARIMAX-rotiert werden, da der Interpretationsprozeß von einer beliebigen Startkonfiguration ausgeht und somit der Punkteschwarm...in Bezug auf die Achsen zufällig angeordnet ist" (BERTRAM 1975, S.292).

Dagegen sei an dieser Stelle die Präferenz der empirischen Strategie 3 gegenüber den auf a priori-Kriterien aufbauenden Strategien 1 und 2 vertreten. Unter 3.5.4.1 wurde die empirische Absicherung der Interpretation einer NMDS-Konfiguration (Strategie 3) anhand einer Untersuchung des Verfassers veranschaulicht. Die Zweckmäßig-

⁷² MDSCAL (Multidimensional Scaling) ist die Bezeichnung für eine Programmserie zur nonmetrischen MDS von KRUSKAL (1968).

keit dieses Vorgehens gegenüber der Interpretation von VARIMAX-rotierten Faktoren konnte an den hochsignifikanten multiplen Korrelationen demonstriert werden.

Hier soll an einer weiteren Untersuchung des Verfassers gezeigt werden, daß für eine bestimmte Struktur der Reizobjekte eine psychologische Interpretation der nach Einfachstruktur (nach VARIMAX) rotierten Dimensionen unbefriedigend bleibt und selbst eine Interpretation der unrotierten Dimensionen (Strategie 1) deutlich sinnvoller erscheint.

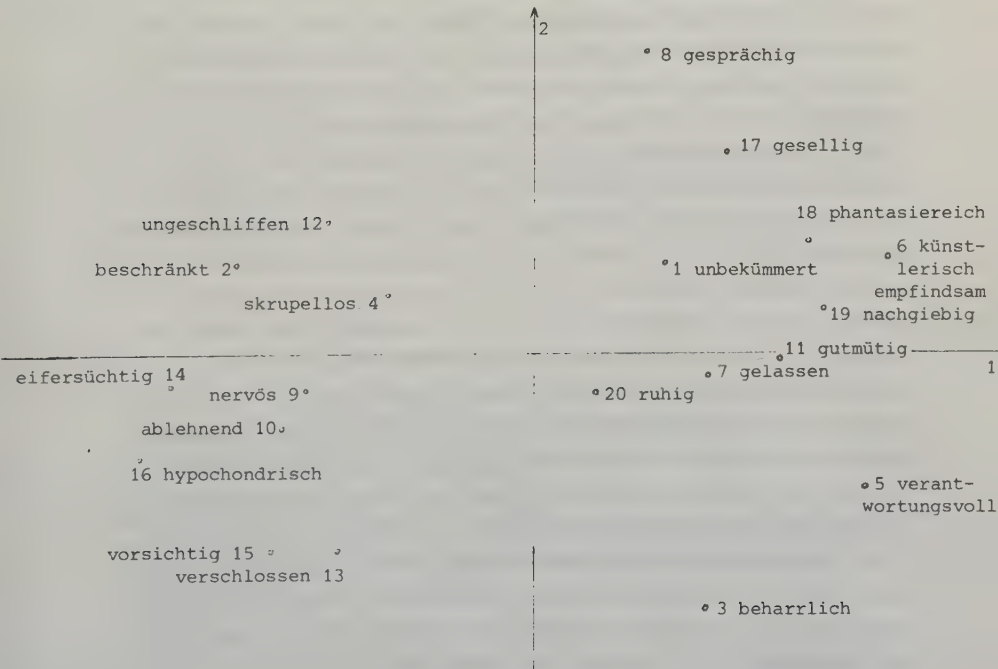


Abb.17: Die Lage der unrotierten Dimensionen im zweidimensionalen Raum. Die Konfiguration wurde auf

der Grundlage der Beurteilung von 480 Personen auf den $n = 20$ Beschreibungsbegriffen über das NMDS-Programm POLYCON (YOUNG 1972) mit $r = 2$ berechnet. Die 20 Reizobjekte sind (im Rahmen einer Fragestellung, auf die in diesem Zusammenhang nicht weiter eingegangen werden kann) einer Untersuchungsreihe von NORMAN (1963) und PASSINI & NORMAN (1966) entnommen, reflektieren fünf Persönlichkeitseigenschaften von CATTELL und weisen nach faktorenanalytischen Versuchsplänen (PASSINI & NORMAN 1966, GIGERENZER 1976) konstant eine fünfdimensionale Struktur auf. Die NMDS-Analyse zeigt jedoch eine zweidimensionale Konfiguration (!) bei einem Stress $S = .055$ als ausreichend.

Abb.17 zeigt das Ergebnis einer Skalierung von 20 Persönlichkeitseigenschaften durch NMDS. An eine dimensionale Interpretation der Konfiguration ist die Anforderung zu stellen, daß die Dimensionen die in der Konfiguration deutliche Strukturierung der Eigenschaftsbegriffe in zwei ursprungssymmetrische Cluster erfassen. Die unrotierten Dimensionen in Abb.17 genügen dieser Forderung: die erste Dimension reflektiert die Inter-Cluster-Streuung und Dimension 2 die maximale Intra-Cluster-Streuung. Die in Abb.18 nach VARIMAX rotierten Dimensionen erfassen dagegen diese Struktur der Eigenschaftsbegriffe nicht und ragen neben den Clustern "in den Raum". Dies wird besonders im dreidimensionalen Modell deutlich.

Aus Abb.18 wird ersichtlich, daß die Rotation der Dimensionen in der NMDS nicht ohne weiteres für jede Konfiguration die Funktion erfüllt, die sie in den Lehrbuchbeispielen zur Faktorenanalyse und in Plasmodienstudien (vgl. z. B. das Boxproblem bei THURSTONE (1961) mühelos meistert. Die Lehrbuchbeispiele sind im Gegensatz zu der vorliegenden empirisch gewonnenen Struktur, in der die Cluster ursprungssymmetrisch liegen, meist so konstruiert, daß die beiden Cluster-Schwerpunkte mit dem Nullpunkt einen Win-

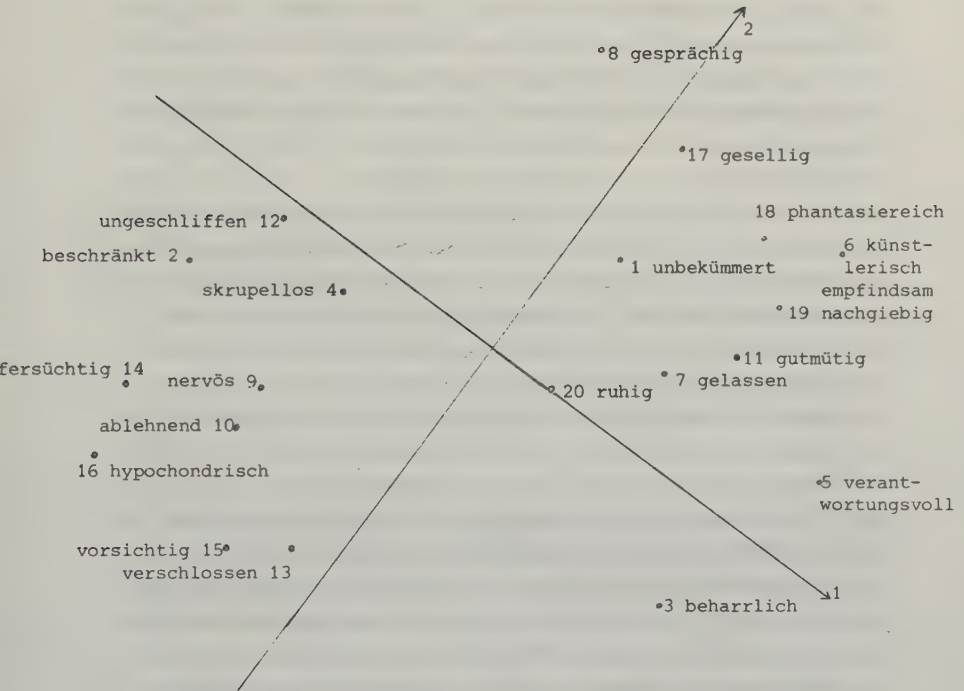


Abb.18: Die Lage der VARIMAX-rotierten Dimensionen in der Konfiguration von Abb.17.

kel von ca 90° bilden (z. B. ÜBERLA 1971, S.177ff, HOF-STÄTTER 1967, S.237). Dadurch liegen die unrotierten Hauptkomponenten zwischen den Clustern und erst durch VARIMAX-Rotation gehen die Dimensionen durch die Cluster.

Die Struktur der Konfiguration ist vor der NMDS-Analyse jedoch unbekannt und auch für großes m nach

der Analyse schwer zu erkennen.⁷³ Es erscheint m. E. daher wenig sinnvoll, psychologische Urteilsdimensionen durch a priori-Rotationskriterien zu definieren. Vielmehr sollte, insbesondere in der NMDS, der unter 3.5.4 dargestellte empirische Weg der Interpretation von Dimensionen als "Urteilsdimensionen" vorgezogen werden.

In den folgenden Abschnitten wird auf nicht-dimensionale Urteilsstrukturen eingegangen. Die Bedeutung dieser Strukturbegriffe für das Modell der subjektiven Urteilsräume - im Gegensatz zu den auf faktorenanalytischen Ansätzen aufbauenden Strukturmodellen - ergibt sich aus der oben dargestellten Unterscheidung zwischen einem Raum der Differenzierung und einem Raum der Sättigung. Die strukturelle Variabilität in einer faktorenanalytischen Lösung beschränkt sich - bei vollständig erklärter Varianz - auf die Verteilung der Reizobjekte auf der Oberfläche des vom m-dimensionalen Raum aufgespannten Hyperspheroids. Die Verteilung der Reizobjekte in einem subjektiven Urteilsraum R_{ak} bleibt, auch bei vollständiger Anpassungsgüte, in dieser Hinsicht unbeschränkt. Die Reizobjekte können jede beliebige Struktur im subjektiven Urteilsraum annehmen.

5.3.6.2 Die Hyperspheroid-Struktur

GUTTMAN (1954) hat die kreisförmige Anordnung von Reizobjekten als "circumplex" bezeichnet.

Unter einer Hyperspheroid-Struktur sei die Verallgemei-

⁷³ Es besteht jedoch die Möglichkeit, Strukturen im m-dimensionalen Raum mit $m > 3$ über Fourier-Serien (vgl. 3.5.4.2) sichtbar zu machen.

nerung der Zirkumplex-Struktur auf kreisförmige, kugelförmige etc. Urteilsstrukturen in n-dimensionalen subjektiven Urteilsräumen verstanden. In GUTTMANs Terminologie steht dafür der Begriff "generalized circumplex". Bis heute sind jedoch nur kreisförmige Urteilsstrukturen bekannt.

Die eigenständige Bedeutung der Interpretation als Kreisstruktur gegenüber der alternativen Interpretation durch zwei Urteilsdimensionen zeigt sich darin, daß die Kreisstruktur als eindimensional interpretiert werden kann. Liegen alle Reizobjekte auf einem Kreis, so kann die Position jedes Reizobjekts durch lediglich einen einzigen Parameter - den Winkel zwischen der Verbindungslinie zum Nullpunkt und der O°-Linie - beschrieben werden.

"The first significant application of nonmetric multidimensional scaling" (SHEPARD 1974, S.383) war die Reanalyse der Daten von EKMAN (1954) über die Ähnlichkeitsbeurteilung von 14 Spektralfarben durch SHEPARD (1962b). Er konnte dabei über NMDS zeigen, daß den Ähnlichkeitsurteilen über Farben die Urteilsstruktur eines "Farbkreises" zugrunde liegt, während EKMAN (1954) über eine metrische Dimensionsanalyse mit den gleichen Daten nach Rotation auf Einfachstruktur zu fünf (!) Dimensionen kam, die er als Violett-, Blau-, Grün-, Gelb- und Rot-Faktor interpretierte. EKMAN hatte die Beurteilung der Ähnlichkeit je zweier Farbtöne über eine Variante der Methode der sukzessiven Kategorien (vgl. 3.1.2.3.1) durchgeführt, die mittleren Einschätzungen auf dem Wertebereich $0 \leq \delta_{ij} \leq 1$ transformiert und diese - als ob es sich um eine Korrelationsmatrix handelte - faktoranalytisch analysiert. Sein Ergebnis reflektiert - in der Terminologie der vorliegenden Arbeit - aufgrund der inadäquaten Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs ein Artefakt 1. Art.

In Analogie zum Farbkreis hat SCHLOSBERG (1952, 1954) eine Theorie der Emotionen, die eine Zirkumplex-Struktur postuliert, veröffentlicht (vgl. auch 5.3.6.5). Weiterhin untersuchte SHEPARD (1964b) den "Tonkreis". Kreisförmige und halbkreisförmige Strukturen zeigen sich auch häufig als typische Urteilsstrukturen bei der Analyse politischer Einstellungen (vgl. STJERNQUIST & BJURULF 1970, HOSKIN & SWANSON 1973).

Bei der Interpretation der räumlichen Struktur der Reizobjekte durch das Konstrukt "Hyperspheroid-Struktur" ist darauf zu achten, ob nicht eine durch Degeneration bedingte Kreisstruktur (Artefakt 2. Art) vorliegt (vgl. 3.5.3).

5.3.6.3 Die Simplex-Struktur

Der Begriff "Simplex-Struktur" wird für reguläre $(m + 1)$ -Simplexe in m Dimensionen verwendet. Die Distanzen aller $m + 1$ Ecken eines regulären Simplex sind gleich. Im zweidimensionalen Fall ergibt sich ein gleichseitiges Dreieck, im dreidimensionalen ein Tetraeder. Es kann angenommen werden, daß der subjektive Urteilsraum dann Simplex-Strukturen enthält, wenn die n Reizobjekte von den V_{pn} in $m + 1$ nominale Klassen gegliedert werden. Die Intraklassenvariation muß dabei gering bleiben. Diese Interpretation ermöglicht eine Verbindung von NMDS und nominaler Klassifikation. Die Definition des Begriffs "nominale Klassen" als "Simplex-Struktur in einem Minkowski r -Raum" stellt eine Verbindung zwischen qualitativen und quantitativen Strukturbegriffen im Modell der subjektiven Urteilsräume her.

TORGERSON (1965) argumentiert bereits für die Validität von

Simplex-Urteilsstrukturen:"I suppose it could be argued that even so a dimensional interpretation would be more parsimonious than a class interpretation, since we need only two dimensions as against three classes. But the argument would be weak. A dimensional interpretation would not tell one that stimuli can only occur at just three locations, and an adequate verbal description of the dimensions would be likely to tax even a confirmed factor analyst." (TORGERSON 1965, S.391) Urteilsstrukturen als Simplexe wurden für Geschmacksreize von YOSHIDA (1963), für geometrische Figuren von KÜNNAPAS et al. (1964) sowie für Fernsehsendungen von GREEN & RAO (1969) ermittelt.⁷⁴

Die von YOSHIDA über eine metrische MDS erhaltene Tetraeder-Urteilsstruktur zeigt deutlich den Vorzug einer Interpretation der Urteilsstruktur bei Geschmacksreizen durch eine Simplex-Struktur gegenüber einer dimensional Struktur. Die Interpretation durch die an den vier Tetraederecken lokalisierten nominalen Klassen "süß, sauer, salzig und bitter" steht in Einklang mit dem von HENNING postulierten Geschmackstetraeder. Dagegen führt hier eine beispielsweise von dem Konzept der Rotation nach Einfachstruktur ausgehende Interpretation der drei "Urteilsdimensionen", die das Tetraeder aufspannen, zu theoretisch wenig fruchtbaren Strukturbegriffen.

5.3.6.4 Die Clusterstruktur

Eine Urteilsstruktur mit q Clustern sei deskriptiv als q -modale Punkteverteilung im m -dimensionalen Urteilsraum definiert. Auf das bis heute ungelöste Problem der infe-

⁷⁴Grundlegende Arbeiten über Simplex-Strukturen - allerdings auf korrelationsstatistischer Basis - wurden von GUTTMAN (1954) und JÖRESKOG (1970, 1973) vorgelegt.

renzstatistischen Absicherung des Vorliegens von Clusterstrukturen im m-dimensionalen Raum kann hier nicht eingegangen werden (siehe dazu VOGEL 1973).

Die Bestimmung des Clusters als Modus impliziert einen nicht-hierarchischen Clusterbegriff. Der nicht-hierarchische Clusterbegriff liegt z. B. dem CATTELLschen Ansatz zur Clusteranalyse zugrunde (CATTELL 1968, CATTELL & COULTER 1966), während die aus der biologischen Taxonomie hervorgegangene Mehrzahl der clusteranalytischen Modelle von hierarchischen Clusterbegriff ausgeht (vgl. SOKAL & SNEATH 1963, JOHNSON 1967).

Dem Clusterbegriff entspricht in der Persönlichkeitspsychologie der Begriff des "Typus". Die Vielfalt der Bedeutung dieses Begriffes im Zeitraum zwischen W. JAMES und C.G.JUNG wurde von CATTELL (1957) dargestellt.

Eine analoge Vielfalt der Begriffsbildung läßt sich auch im Kontext der Urteilsstrukturen, die in enger Beziehung zur Clusterstruktur stehen, aufzeigen. Es handelt sich dabei meist um strukturierende Konstrukte aus theoretischen Ansätzen, die keinen Bezug zu einem mathematischen Modell haben, also aus "psychologischen Theorien" und nicht aus "psychologischen Modellen" (vgl. 2.3) stammen. Erinnerung sei an dieser Stelle an die Schema-Begriffe von BARTLETT und PIAGET, an den (unscharf definierten) Kategorie-Begriff von BRUNERs (1957) "theory of category accessibility" sowie an den Konzept-Begriff von HARVEY et al. (1961).

Durch die nicht-hierarchische Definition des Clusters als Modus, d. h. als Ort relativer Punktedichte, steht der Begriff der Clusterstruktur mit dem räumlichen Modell in Einklang. In den letzten Jahren sind jedoch Arbeiten erschienen (z. B. RAPOPORT & FILLENBAUM 1972 zu semantischen Strukturen und ROSENBERG & SEDLAK 1972b

zur Personenwahrnehmung), die das räumliche Modell und das hierarchische Clustermodell simultan in einer hybriden strukturellen Analyse anwenden. Beide Ansätze implizieren miteinander unvereinbare psychologische Modelle über Urteilsverhalten. Aus der in dieser Arbeit vertretenen Position, daß jede Anwendung der NMDS auf einen psychologischen Gegenstandsbereich eine Anwendung einer Theorie über Urteilsverhalten ist, folgt, daß die gleichzeitige Verwendung der NMDS und der hierarchischen Clusteranalyse die simultane strukturelle Interpretation durch zwei unvereinbare theoretische Ansätze impliziert. Dies erscheint, wenn auch aus methodischer Sicht interessant⁷⁵, theoretisch wenig fruchtbar.⁷⁶

5.3.6.5 Überlagerte Strukturen

Urteilsstrukturen, bei denen mindestens zwei der unter 5.3.6.1 bis 5.3.6.4 angeführten Strukturen gleichzeitig vorhanden sind, werden als überlagerte Strukturen bezeichnet. Dies dürfte bei der Beurteilung komplexer Reizobjekte ein valides Strukturmodell sein. Wird bei Ähnlichkeitsurteilen über Farbreize zusätzlich zum Farbton die Helligkeit variiert, ergibt sich ein "Farbkegel". Die Hyperspheroid-Struktur "Farbkreis" wird von der Dimension "Helligkeit" überlagert. Eine Analogie findet sich in

⁷⁵ Zur Beziehung zwischen dem euklidischen und dem auf der ultrametrischen Ungleichung aufbauenden hierarchischen Modell siehe HOLMAN (1972).

⁷⁶ Die Forschungsaktivität sollte sich vielmehr der Herausarbeitung der in dimensionsanalytischen und hierarchischen mathematischen Modellen implizierten gegenstandsbezogenen psychologischen Modelle zuwenden, anstatt "theoriearme Methodenpluralität" zu praktizieren.

SCHLOSBERGS Theorie der Emotionen: "We can compare the two dimensions of the facial-expression surface to the blue-yellow and red-green axes of the color surface. This immediately suggests that there might be a third dimension, corresponding to visual brightness. The third dimension for facial expressions might be the...level of activation." (SCHLOSBERG 1954, S.86f.) Die Überlagerung von Simplex-Strukturen durch Dimensionen führt zu Modellen, die von TORGERSON (1965, 1968) und DEGERMAN (1970) vorgeschlagen und untersucht werden. Die m. W. ausführlichste Diskussion überlagelter Strukturen findet sich bei DEGERMAN (1972).

5.3.6.6 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten sind die gemäß Postulat 6 strukturierenden Elemente des subjektiven Urteilsraums näher bestimmt worden. Die strukturierenden Elemente umfassen neben der dimensionalen Urteilsstruktur nichtdimensionale Strukturen. Diese sind Hyperspheroid-, Simplex- und Clusterstrukturen sowie überlagerte Strukturen. Alle diese Elemente besitzen geometrische Entsprechungen, nämlich die Koordinatenachse, das Hyperspheroid, das Simplex, den Modalwert bzw. die relative Punktedichte und ihre Überlagerungen. Die Interpretation von Simplexstrukturen und überlagerten Strukturen ermöglicht eine Integration von qualitativen und quantitativen Strukturelementen. Weitere Strukturelemente sind denkbar, doch ist darüber m. W. nichts bekannt.

Durch den engen Bezug zum mathematischen Modell sind die Urteilsstrukturen klar definiert und prinzipiell einer inferenzstatistischen Absicherung zugänglich. Den sich dabei ergebenden diagnostischen Problemen kann durch das

visuelle Erkennen von Urteilsstrukturen nur teilweise begegnet werden, da dann der subjektive Urteilsraum nicht mehr als dreidimensional sein darf. Dieser Forderung kommt die NMDS entgegen, weil sie wegen der Monotonitätsbedingung (MM 1) und gemäß den Ausführungen unter 5.3.6.1 in der Regel weniger Dimensionen benötigt als ein metrisches Verfahren. Ist die Dimensionalität größer als 3, so muß auf die unter 3.5.4.2 angeführten Techniken zur Bestimmung von Punktehäufungen in höher-dimensionalen Räumen von ANDREWS (1972) und EVERITT & NICHOLLS (1974) verwiesen werden.

Im Gegensatz zu der Bestimmung psychologischer Urteilsdimensionen durch a priori festgelegte Rotationskriterien wurde eine empirische Absicherung der Bestimmung derselben vertreten.

Nichtdimensionale Strukturen sind wiederholt bei wahrnehmungspsychologischen Untersuchungen herausgearbeitet worden. In den meisten psychologischen Gegenstandsbereichen fehlen jedoch Theorien über Urteilsstrukturen.

5.3.7 Postulat 7: Das Ähnlichkeitsurteil ist inhaltlich durch den subjektiven Urteilsraum R_{ak} bestimmt

In Postulat 7 ist ausgedrückt, daß die Bedeutung der Ähnlichkeit zwischen Reizobjekten in Abhängigkeit von dem jeweils aktivierten subjektiven Urteilsraum variiert. Die Abhängigkeit der Bedeutung von Ähnlichkeit von einem Bezugssystem ist im Kontext der Indexbildung über Profile auch von CRONBACH & GLEESER vertreten worden: "In other words, similarity is not a general quality. It is possible to discuss similarity only with respect to specific di-

mensions (or complex characteristics)." (CRONBACH & GLESER 1953, S.457)

Innerhalb eines R_{ak} wird die Bedeutung der Ähnlichkeit als konstant, über verschiedene R_{ak} wird Bedeutungsvarianz postuliert. Der Inhalt des Ähnlichkeitsurteils, d. h. dessen Bedeutung, ist dabei durch die Urteilsstruktur bestimmt (z. B. durch die Interpretation der Urteilsdimensionen und der durch sie festgelegten Dimensionalität).

In der psychologischen Theoriebildung und Empirie erweist sich die inhaltliche und formale Klärung des Ähnlichkeitsbegriffs, "...the most fundamental of psychological relations" (CARROLL & WISH 1974, S.391), als ein zentrales Arbeitsfeld. Dabei bereitet die inhaltliche Bestimmung des Konstrukts "Ähnlichkeit" immer wieder Schwierigkeiten. Dies zeigt sich in Zirkeldefinitionen, wie sie z. B. von BAIN, dem englischen Assoziationisten und Gründer der ersten psychologischen Zeitschrift "Mind", gegeben wird. BAIN verwendet in seinem "law of similarity" den undefinierten Begriff "resemblance", um "similarity" zu definieren: "(The) tendency to be reminded of past occurrences and thoughts of every kind, through their resemblance to something present, is here termed the Law of Principle of Similarity. It is styled by Sir William Hamilton the Law of Repetition." (BAIN 1855) Ein weiteres Beispiel hierfür ist die SKAGGS-ROBINSON-Hypothese in ihrer Fassung von ROBINSON (1927): "As similarity between interpolation and original memorisation is reduced from near identity, retention falls away to a minimum and then rises again, but with decreasing similarity it never reaches the level obtaining with maximum similarity." (ROBINSON zit. in GREGSON 1975, S.5) In beiden Fällen ist keine unabhängige Definition von Ähnlichkeit vorhanden. Die Aussagen

sind damit ohne zusätzliche Annahmen nicht überprüfbar, nach POPPER (1971) also "metaphysisch". Der Ähnlichkeitsbegriff im Modell der subjektiven Urteilsräume kann dagegen operational angegeben werden, eine Eigenschaft, die für eine empirisch prüfbare Theorie als notwendig vorausgesetzt werden muß. Dies ist jedoch noch nicht geschehen, es sind lediglich unter 3.1.2.3 alternative Operationalisierungen dargestellt, die in der Literatur angeführt werden.

Die Modelladäquatheit der unter 3.1.2.3 angegebenen Operationalisierungen des Ähnlichkeitsbegriffs wird in Kap.6 überprüft und die mit den Modellpostulaten verträglichen Operationalisierungen werden ausgewiesen. Das Dilemma der Operationalisierungsvielfalt, das den Vorgang der Hypothesenprüfung zu mancher psychologischen Theorie kennzeichnet, ist, wie in Kap.6 gezeigt wird, nicht vorhanden. Es kann vielmehr mit Hilfe der Postulate über die Modellverträglichkeit eindeutig entschieden werden. Die Begründung liegt in der Kongruenz von Methode (NMDS) und Inhalt (Modell der subjektiven Urteilsräume).

5.3.8 Postulat 8: Die Darbietung je zweier Reizobjekte bewirkt einen diskriminativen Prozeß, der durch die Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ definiert ist

Die Kombination von m Einzelurteilen zu einem Gesamturteil "...can be described as the problem of finding an adequate transformation which will map multidimensional stimuli onto a response dimension. The adequacy of a given transformation rule may be evaluated according to the usual and well-established scientific criteria for the testing and evaluation of a theory" (HOFFMAN 1968, S.53).

Die Bestimmung der sachadäquaten Transformationsregel ist jedoch nicht immer einfach durchzuführen, worauf bereits ROKEACH & ROTHMAN (1965, S.131) hinweisen: "...the outcome of the cognitive interaction cannot be accurately predicted solely from a knowledge of the direction and the intensitiy of the two stimuli considered seperately."

ASCH (1946, S. 286) bezieht aus gestalttheoretischer Sichtweise eine noch kritischere Position: "The entire view possesses the formal properties of a structure, the form of which cannot be derived from the summation of individual relations." WISHNERS inhaltliche und methodische Kritik an ASCHs Ausführungen weist auf das Fehlen einer (wie auch immer gestalteten) Kombinationsregel hin: "...an essential postulate of ASCHs formulation is the unpredictability of the final impression from any prior knowledge of the denotations and connotations of elements of the stimulus list, individually or in interaction." (WISHNER 1960, S.97)⁷⁷

Die Prozeßregel ist ein Modell für die Urteilsbildung, das unter der Annahme der Zerlegbarkeit eines Urteils in m Komponenten eine Gruppe zulässiger Modi zur Kombination der m Komponenten zu einem Gesamturteil postuliert. Es erscheint wichtig, auf eine Annahme hinzuweisen, die der Prozeßregel zugrundeliegt. Sie kann am besten durch eine Unterscheidung, die auf MORRISON (1962) zurückgeht, expliziert werden. MORRISON unterscheidet zwei Urteilsstrategien, die Vpn anwenden können. Einmal werden zuerst die Unterschiede zweier Reizobjekte für jede Urteilsdimension getrennt geschätzt und dann diese eindimensionalen Differenzen nach einer Regel kombiniert, um zu ei-

⁷⁷ Diese Interpretation von ASCHs Position ist von WARR & KNAPPER (1968, S.168f.) nicht akzeptiert worden.

nem Gesamturteil zu kommen, zum anderen wird zuerst die Position eines Reizobjekts auf allen Urteilsdimensionen geschätzt und zu einem Wert kombiniert und dann erst die Unterschiedlichkeit zu einem zweiten Reizobjekt bestimmt. Im ersten Fall legt die Kombinationsregel die Reihenfolge der Urteilsprozesse so fest, daß der intradimensionalen Differenzenbildung die interdimensionale Addition folgt. Das zweite Modell dagegen sieht zuerst eine interdimensionale Addition vor. Die Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ gehört dem ersten Modellfall an. Über das zweite Modell ist im multidimensionalen Kontext wenig gearbeitet worden; vergleichbare Vorstellungen finden sich im hierarchischen Ähnlichkeitsmodell von JACKSON (1969).

Die Eigenschaften der Prozeßregel werden im folgenden anhand des Begriffs des "Einheitskreises" (vgl. 4.1.2) diskutiert. Die Problemstellung kann nach SHEPARD (1964a, S.56) folgendermaßen präzisiert werden:

"For example, given a standard stimulus (a,b) , the two one-dimensional psychological scales could perhaps be used to pick to other stimuli $(a,b+\Delta b)$ and $(a+\Delta a,b)$ that differ from the standard by psychologically equal amounts but along entirely different dimensions (e.g., frequency and amplitude). Consider, however, another stimulus $(a+r\Delta a,b+r\Delta b)$ that differs from the standard (a,b) by a variable amount r , but along both dimensions at once. Clearly, the two separate psychological scales do not by themselves say anything about how large r must be in order that the resulting multidimensional similarity between the standard and this variable stimulus will just match each of the two previously equated one-dimensional similarities."

Um angeben zu können, wann zwei Reizobjektdifferenzen gleich sind, muß eine exakte Regel der Kombination der

Differenzen auf den beiden⁷⁸ Skalen eingeführt werden.

In der dimensionsanalytischen Forschung wird fast ausschließlich von der Annahme ausgegangen, daß die Prozeßregel der euklidischen Kombinationsregel entspricht. Diese oft ungeprüfte und unbegründete⁷⁹ Annahme läßt sich über die Gestalt der den verschiedenen Prozeßregeln zugehörigen Einheitskreise⁸⁰ graphisch darstellen. Trifft sie zu, so sind alle Einheitskreise von elliptischer

⁷⁸Die Ausführungen beschränken sich im folgenden auf den zweidimensionalen Fall.

⁷⁹siehe z. B. im Forschungsbereich "Personenwahrnehmung" die Arbeiten von KEIL (1970), HOFER (1969, 1970), PASSINI & NORMAN (1966), LAY & JACKSON (1969), in denen diese grundlegende Annahme weder überprüft noch begründet noch expliziert wird.

⁸⁰Die den r-Metriken zugeordneten Einheitskreise lassen sich mit CROSS (1965) auch als unterschiedliche Modelle der Reizgeneralisierung interpretieren. Diese können anhand Abb. 19 veranschaulicht werden, wobei von zwei Reizdimensionen S_1 und S_2 ausgegangen und auf einer zu diesen orthogonalen Ordinate der Grad der Reizgeneralisierung abgetragen wird. Der gelernte Bezugsreiz ist dabei i. Auf dem Einheitskreis liegen dann alle Reize j und k, für die die Reaktionswahrscheinlichkeit den gleichen Betrag hat. Ist bei dem Verlauf der Reizgeneralisierung keine Richtung im zweidimensionalen Raum bevorzugt, so ist die Oberfläche des Generalisationsgradienten kegelförmig und jeder Schnitt parallel zur S_1 - S_2 -Ebene kreisförmig. Das entsprechende Modell ist das euklidische Modell ($r = 2$, vgl. Abb. 19) und stimmt mit den Theorien der Reizgeneralisation von PAWLOW und HULL überein.

Ist die Reizgeneralisation, als Folge der Diskriminierbarkeit der Reize S_1 und S_2 (vgl. dazu 5.3.6.1), entlang den Reizdimensionen S_1 und S_2 größer, so sind die in Abb. 19 entsprechenden Modelle $r = 2/3$ und $r = 1$. Für $r = 1$ hat der Generalisationsgradient die Form einer Pyramide. LASHLEY & WADE (1946) und GUTTMAN (1956) haben Generalisierungstheorien vorgelegt, in denen Richtungen des Raumes in diesem Sinne bevorzugt sind. Verläuft die Reizgeneralisierung dagegen, wie bei LASHLEY (1942), über jeweils eine einzige dominante Dimension, so wird sie durch das Modell der Dominanzmetrik ($r = \infty$) repräsentiert. Für weitere Minkowski r-Metriken ergeben sich Übergangsmodelle.

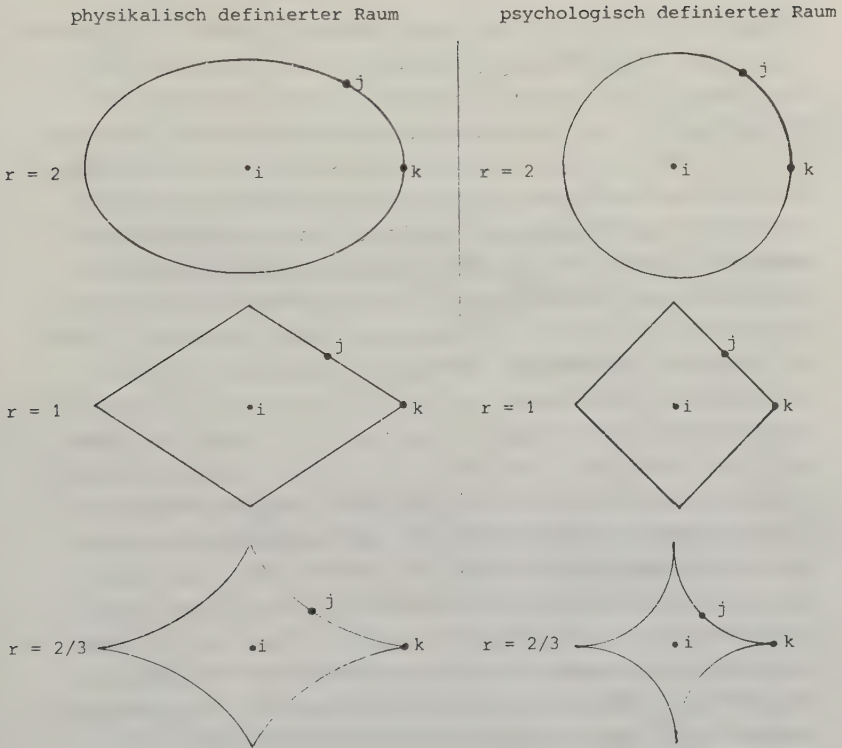


Abb.19: Einheitskreise, auf denen die Reizobjekte j, k mit gleicher Ähnlichkeit zu einem vorgegebenen Reizobjekt i liegen. Die linke Spalte zeigt die Einheitskreise für den physikalisch definierten Raum, die rechte die entsprechenden Einheitskreise für den psychologisch definierten Raum.

Form (vgl. Abb.19).

Die psychophysische Funktion ist für $r = 2$ dabei diejenige lokale affine Transformation, die alle einem be-

stimmten Ähnlichkeitswert zugehörigen Ellipsen⁸¹ in Kreise umwandelt. Entsprechendes gilt für $r \neq 2$. Sind die Einheitskreise von nicht-elliptischer Form, so liegt ein Hinweis dafür vor, daß die Urteilsbildung nicht nach dem euklidischen Modell geschieht. Die ersten richtungsweisen Arbeiten zu nicht-euklidischen Kombinationsregeln als Modell der Urteilsbildung sind die Experimente von ATTNEAVE (1950) und die theoretischen Studien von LANDAHL (1945) und HOUSEHOLDER & LANDAHL (1945, S.76). Die Autoren stellen die in die Arbeiten von RICHARDSON (1938) und YOUNG & HOUSEHOLDER (1938) zur multidimensionalen Psychophysik eingehende und nicht explizierte⁸² Annahme einer euklidischen Kombinationsregel in Frage und schlagen eine alternative Hypothese vor, nach der die Differenz zweier Reizobjekte die einfache Summe ihrer Differenzen auf den Urteilsdimensionen ist. Der Einheitskreis nach LANDAHLs Theorie ist in Abb.19 unter $r = 1$ dargestellt. Beide Kombinationsregeln sind Spezialfälle einer generellen Metrik, der Minkowski r -Metrik (vgl. MM 13). Die einzelnen Prozeßregeln zur Urteilsbildung - das City-Block-Modell, das euklidische Modell usw. - erweisen sich dabei als starke Modelle für Urteilsbildung.

An dieser Stelle soll die Beziehung zwischen der Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ und dem Kombinations-Modell der linearen multiplen Regression geklärt werden.

Die Kombination von m Einzelurteilen zu einem Gesamtur-

⁸¹ Die wohl frühesten Untersuchungen, die die elliptische Form der Einheitskreise bei der Beurteilung von Farbreizen aufzeigen konnten, finden sich bei MACADAM (1942, 1955) und BROWN & MACADAM (1949).

⁸² Da von RICHARDSONs Arbeit nur ein Abstrakt veröffentlicht ist, bleibt unklar, inwieweit er sich mit der Annahme einer euklidischen Kombinationsregel auseinandergesetzt hat.

teil - für m orthogonale Prädiktoren - ist in der linearen multiplen Regression definiert durch:

$$d_{ij} = w_1 |x_{i1} - x_{j1}| + w_2 |x_{i2} - x_{j2}| + \dots + w_m |x_{im} - x_{jm}|$$

wobei die m Prädiktoren durch die m Achsenabschnittsdifferenzen $|x_{ie} - x_{je}|$ gegeben sind und die Gewichte w_e spezifisch für die Dimensionen e sind. Es existiert genau eine Prozeßregel, die diese Struktur hat, nämlich:

$$d_{ij}^{(1)} = w_1 |x_{i1} - x_{j1}| + w_2 |x_{i2} - x_{j2}| + \dots + w_m |x_{im} - x_{jm}|$$

mit $w_1 = w_2 = \dots = w_m = 1$

Damit ist gezeigt, daß die durch die Minkowski r -Metrik definierte Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ das in der linearen multiplen Regression enthaltene Modell für Urteils kombination als Spezialfall $r = 1$ mit einschließt. Dabei kann m . E. die Gleichgewichtung $w_1 = w_2 = \dots = w_m$ als eine nur scheinbare Einschränkung betrachtet werden: Da davon ausgegangen werden kann, daß die Urteilsdifferenzierung auf den m Dimensionen variiert - in der Sprache der klassischen Psychophysik formuliert: es liegen m unterschiedliche psychophysische Funktionen vor - ist eine differentielle Gewichtung bereits in den m Achsenabschnittsdifferenzen $|x_{ie} - x_{je}|$ enthalten und die Bedingung

$$w_1 = w_2 = \dots = w_m$$

erweist sich als artifiziell.

Damit ist gezeigt, daß für $r = 1$ eine Prozeßregel nach dem linearen multiplen Regressionsmodell vorliegt. Für alle $r \neq 1$ gilt die Eigenschaft der Linearität jedoch nicht. Festzuhalten bleibt, daß Kombinationsregeln nach

dem Regressionsmodell mit Postulat 8 vereinbar sind und sich als Spezialfall der allgemeinen Prozeßregel erweisen. Entsprechend gelten auch für das Modell der Urteils-kombination nach der linearen multiplen Regression die drei Eigenschaften der Zerlegbarkeit, der intradimensionalen Subtraktivität und der interdimensionalen Additivität.

Die funktionale Bestimmung der Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ als abhängige Variable erlaubt die Unterscheidung von zwei unabhängigen Variablen, die die Variation der Prozeßregel erklären. Es sind dies die in den Postulaten 2 und 3 eingeführten Parameter "Reizobjekte" und "Kontextvariable". Eine dritte unabhängige Variable "Merkmale des Beurteilers" leitet sich aus der differentialpsychologischen Fassung des Modells der subjektiven Urteilsräume R_{ak} her (vgl. 5.4).

5.3.8.1 Reizobjekte als unabhängige Variable

TORGERSON formuliert bereits 1958 eine Hypothese über die Beziehung zwischen der Art der Reizobjekte und dem Metrikparameter: "...if a subject is required to rate a set of stimulus pairs with respect to their similarity, and the stimuli differ with respect to obvious and compelling dimensions, his ratings might very well behave as though they were a straight sum of the differences on the separate dimensions: that is, as though the subjects were saying 'These two stimuli differ this much with respect to brightness, plus this much with respect to size, plus this much with respect to shape'. On the other hand, if separate dimensions are not obvious, the subject might be more likely to judge the over-all

difference⁸³ directly. In this event, we would expect the Euclidean model to show more promise." (TORGERSON 1958, S.252) TORGERSONs Trennung zwischen Reizobjekten, die auf mehreren "voneinander getrennten, unmittelbar auffallenden Merkmalen" (WENDER 1969, S.14) variieren und solchen, "...that tend to be reacted to as homogeneous, unanalyzable wholes" (SHEPARD 1964a, S.59), hat zu der bis heute einzigen Hypothese geführt, die eine differentielle Zuordnung zur City-Block-Metrik und zur euklidischen Metrik postuliert.

Die TORGERSONsche Hypothese konnte in einer Reihe von Untersuchungen bestätigt werden. HYMAN & WELL (1967,1968) verwendeten als Reizobjekte Farbtöne und geometrische Figuren. Die Autoren folgern aus ihren Untersuchungen "...that the Euclidean space is appropriate for judgments of color patches, but that the city block space is appropriate for judgments of geometric forms which vary on perceptually distinct dimensions." (HYMAN & WELL 1967, S.233) Damit übereinstimmende Ergebnisse berichten GARNER & FELDOLDY (1970) und TVERSKY & KRANTZ (1969)⁸⁴.

Eine Verbindung der Unterscheidung von TORGERSON zwischen analysierbaren und nicht analysierbaren Reizobjekten zum Identifikations- und zum Klassifikationslernen wurde durch die unterschiedlichen Ergebnisse von SHEPARD & CHANG (1963) und SHEPARD,HOVLAND & JENKINS (1961) hergestellt. Erstere fanden für Farbreize eine gute Vorhersage der Fehler beim Lernen verschiedener Klassifikatio-

⁸³TORGERSONs Ausdruckweise ist hier m. E. etwas irreführend, da es keine vom r-Parameter unabhängige "over-all-difference" gibt, er jedoch diesen Begriff mit der euklidischen Distanz gleichsetzt.

⁸⁴Weitere explorative Studien, in denen Reizobjekte die Rolle der unabhängigen Variablen einnehmen, finden sich bei SLAK (1969), WAERN (1969) und JOHNSON et al. (1970).

nen durch die Verwechslungsrate beim Identifikationslernen. Letztere konnten aufzeigen, daß für analysierbare Reizobjekte diese Vorhersage fehlschlägt.

Ein unerwartetes experimentelles Ergebnis, das Ansatzpunkt für entsprechende Hypothesenbildung auf dem Gebiet der semantischen Ähnlichkeit (Bedeutungsähnlichkeit) sein kann, wurde von ARNOLD (1971) vorgelegt: "The clearest finding was that semantic distance associated with judgments of dissimilarity is not Euclidean." (a.a.O., S.349) Wegen der grundlegenden Bedeutung dieser Aussage für das Modell eines "semantischen Raumes" nach den Vorstellungen von OSGOOD et al. (1957), der die Gültigkeit der euklidischen Kombinationsregel voraussetzt, soll an dieser Stelle auf zwei Gesichtspunkte hingewiesen werden:

1. ARNOLDS Ergebnisse können als Nicht-Bestätigung der bei OSGOOD ungeprüft eingehenden Annahme einer euklidischen Kombinationsregel interpretiert werden. Eine solche Interpretation setzt die externe Validität d. h. Generalisierbarkeit der Ergebnisse für die OSGOODSchen Versuchsanordnungen voraus. Das Ausmaß an externer Validität ist aus der Versuchsanordnung von ARNOLD mit Hilfe differenzierender Kriterien (vgl. 7.3.2, CAMPBELL & STANLEY 1963) zu bestimmen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß externe Validität wiederum das Nichtvorhandensein von Artefakten 1. Art voraussetzt. Außerdem sind die methodischen Probleme bei der deskriptiven und inferenzstatistischen Interpretation von Differenzen zwischen Stress-Werten zu bedenken (vgl. 3.5.1 und 5.3.8.4).
2. Die Ergebnisse ARNOLDS enthalten m. E. möglicherweise ein Artefakt 2. Art. Der Gedankengang ist dabei folgender: ARNOLD führte die Analyse seiner Urteilsdaten für verschiedene Werte des Parameters r durch ($1 \leq r \leq 32$). Nach eigenen Angaben verwendete er die

Lösungskonfigurationen der jeweils durchgeführten NMDS als Ausgangskonfiguration für die nächste Analyse: "Low stress starting configurations for $r \neq 2.0$ were obtained by working away from $r = 2.0$ in small steps, using preceding final solutions as starting configurations for each new value of r . For example, the final solution for $r = 2.0$ was used as the starting configuration for $r = 1.5$ and $r = 2.5$ and the output from each of this runs was used as input for $r = 1.125$ and $r = 3.0$ respectively." (ARNOLD 1971, S.346)

Wird nun, wie allgemein aus ökonomischen Überlegungen üblich, für jede Analyse eine gleiche Grenzzahl von Iterationen festgelegt, so kommt die jeweils folgende Analyse durch die günstigere Ausgangskonfiguration gegenüber der vorausgegangenen Analyse mit größerer Wahrscheinlichkeit zu einer guten Anpassung, d. h. zu einem kleineren Wert für S . Dieser Effekt dürfte besonders deutlich bei den ersten Analysen zu erwarten sein. Die erste Analyse führte ARNOLD für $r = 2$ durch. Genau an dieser Stelle ist das Maximum des Stress vorhanden, welches ARNOLD zu der Interpretation führt: "The clearest finding was that semantic distance... is not Euclidean." (a.a.O.; S.349)

Damit läßt sich der Maximalwert des Stress bei $r = 2$ (zumindest zu einem unbekannten Anteil) auf verschieden gute Ausgangskonfigurationen für die Analysen zurückführen. Inwieweit die hier angestellte Vermutung eines Artefakts 2. Art gerechtfertigt ist, kann aufgrund der bei ARNOLD (1971) gegebenen Information (besonders über die Grenzzahl der Iterationen) nicht weiter geklärt werden.

Zwischen den Postulaten 6 und 8 besteht eine wesentliche theoretische Verbindung: Alle nichteuklidischen Kombi-

nationsregeln sind wegen Satz MM 9 mit dem psychologischen Strukturbegriff "Urteilsdimension" notwendig verknüpft. Für die euklidische Kombinationsregel besteht diese Kontingenzt nicht⁸⁵. Auf diese theoretische Verknüpfung weist im Zusammenhang mit dem Rotationsbegriff bereits ATTNEAVE (1950) hin: "For example, colors are commonly described in terms of "brightness" and "saturation". If psychological space were Euclidean, it would be entirely possible and psychologically proper to rotate these axes and discuss colors in terms of attributes which might be termed 'sightness' and 'braturation', axes cutting across those we generally use." (a.a.O., S.521)

Aus der Betrachtung der Reizobjekte als unabhängige Variable und der Prozeßregel als abhängige Variable ergeben sich zusammenfassend folgende Aussagen:

Es liegt zur Zeit eine einzige Hypothese (von TORGERSON) vor, die durch eine Reihe empirischer Untersuchungen bestätigt werden konnte.

Die oft nichtexplizierte und damit konkurrierende Annahme, daß die euklidische Kombinationsregel für alle psychologischen Reizobjekte ein optimales Modell darstellt, muß zurückgewiesen werden.

Mit Ausnahme der im Anschluß an die TORGERSONsche Hypothese untersuchten Urteilsbildung bei Farbreizen und geometrischen Figuren, ist über die Relation zwischen Prozeßregel und anderen Reizobjektklassen so gut wie nichts bekannt.

⁸⁵ Umso erstaunlicher ist damit die im allgemeinen einer Begründung nicht für notwendig erachtete, fast ausschließliche Interpretation von Koordinatenachsen als psychologische Strukturkonstrukte in der dimensionsanalytischen Forschung, die ja von nichteuklidischen Modellen zur Urteilsbildung noch wenig Gebrauch macht.

5.3.8.2 Kontextvariable als unabhängige Variable

Im letzten Abschnitt ist eine funktionale Verknüpfung zwischen den Postulaten 2 und 8 hergestellt worden. Entsprechendes gilt im folgenden für die Postulate 3 und 8: Variablen, die den (Urteils-)Kontext k definieren, werden als unabhängige und die Prozeßregel als abhängige Variable betrachtet. Die Bestimmung der funktionalen Abhängigkeit der Prozeßregel von Kontextvariablen wurde in der Forschung bisher vernachlässigt. (siehe 5.3.3). Entsprechend liegen nur wenige Untersuchungen vor, welche die Beziehung zwischen einer Kontextvariablen und dem Parameter r zum Gegenstand haben.

WENDER (1969) konnte in einer sorgfältig angelegten Untersuchung zeigen, daß die "Schwierigkeit der Urteilsfindung", operationalisiert durch die Veränderung der Darbietungszeit von Reizobjektpaaren im Paarvergleich, Einfluß auf die Prozeßregel $P_{ij}^{(r)}$ hat. "Wenn es aus irgendwelchen Gründen schwierig wird, die Merkmalsdifferenzen abzuschätzen und zu kombinieren, dann werden sich die Versuchspersonen an die Merkmalsdifferenzen halten, bei denen ihnen das noch am ehesten möglich ist, und das sind die größeren. Je schwieriger also die Urteilsbildung für die Versuchspersonen wird, desto mehr werden sie sich auf die großen Merkmalsdifferenzen stützen und die kleinen vernachlässigen." (a.a.O., S.17) WENDER kommt zu dem Ergebnis, daß mit Verringerung der Darbietungszeit der Reizobjektpaare der Exponent der angemessenen Minkowski r -Metrik anwächst.

Erst kürzlich wurde von MATTENKLOTT (1977) eine Untersuchung vorgelegt, in der der Einfluß verschiedener Instruktionen auf den Metrikparameter geprüft werden sollte. Drei Gruppen von Versuchspersonen hatten unter

jeweils verschiedenen Instruktionen die paarweisen Ähnlichkeiten von neun schematischen Gesichtern über die Methode der sukzessiven Kategorien (vgl. 3.1.2.3.1) einzuschätzen. Die erste Gruppe erhielt eine "Engagements"-Instruktion; es wurde ihr mitgeteilt, daß es sich um einen Test zur Fähigkeit in der Personenbeurteilung handle. Der zweiten Gruppe wurden die beiden Größen (Mundbreite und Nasenlänge), nach denen die neun Gesichter variierten, benannt, während eine dritte Gruppe eine neutrale Kontrollgruppen-Instruktion erhielt. Die Untersuchungshypothese beinhaltete, daß die Urteile unter der ersten Instruktion durch größere Werte des Parameters r abgebildet werden als unter den beiden anderen Instruktionen. Begründet wurde die Hypothese mit der in einer "schwierigen Urteilssituation" zu erwartenden Vernachlässigung kleiner Unterschiedlichkeiten (Achsenabschnittsdifferenzen, vgl. 4.1) bei der Bildung des Ähnlichkeitsurteils.

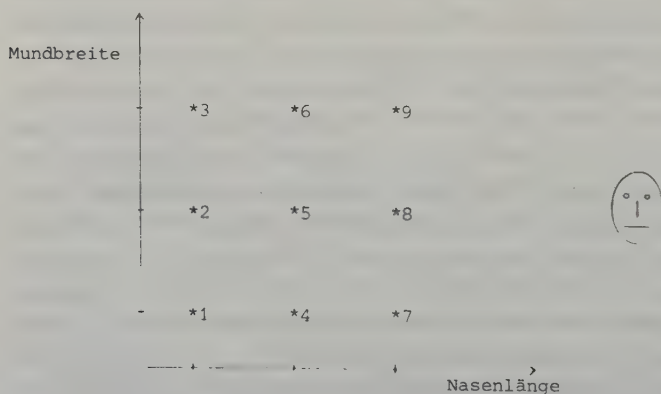


Abb.20: Konstruktion der neun schematischen Gesichter bei MATTENKLOTT(1977) durch Variation zweier Merkmale und Beispiel eines der Reizobjekte.

Die Untersuchungshypothese konnte nicht bestätigt werden. Die Ergebnisse zeigten keinen Zusammenhang zwischen der unabhängigen Variable "Instruktion" und der abhängigen Variable "r".

In der folgenden kritischen Betrachtung durch den Verfasser dieser Arbeit wird nachgewiesen, daß das Ergebnis von MATTENKLOTT im wesentlichen die Folge einer inadäquaten Konstruktion der schematischen Gesichter ist und über die Untersuchungshypothese wenig auszusagen vermag.⁸⁶

Um einen Effekt der Variablen "Instruktion" auf die r-Metrik nachweisen zu können, müssen die Reizobjekte so ausgewählt werden, daß unter der Annahme verschiedener Prozeßregeln auch unterschiedliche Urteile zustande kommen können. Dies hat MATTENKLOTT übersehen und die neun Reizobjekte so konstruiert, daß von den $\binom{9}{2} = 36$ paarweisen Distanzen 18 Distanzen, also genau die Hälfte für alle Werte von r gleich sind. Aus Abb.20 geht hervor, daß

$$d_{12}^{(1)} = d_{12}^{(r)} \text{ für alle } r.$$

Entsprechendes trifft für die Distanzen aller 18 Reizobjektpaare zu, die auf einer Parallelen zu einer der beiden Achsen liegen. Das Reizobjektpaar (1,5) eignet sich dagegen zur Prüfung der Untersuchungshypothese, da

$$d_{15}^{(1)} \neq d_{15}^{(r)} \text{ für alle } r.$$

Die Konstruktion der neun Reizobjekte in dieser Untersuchung beeinträchtigt die Überprüfbarkeit der Untersuchungshypothese in hohem Maße. Hinzukommt die geringe Anzahl der

⁸⁶ Dabei soll unberücksichtigt bleiben, daß m. E. die Untersuchungshypothese schwer begründbar ist, da nicht einfach - wie es MATTENKLOTT vornimmt - die durch die Engagements-Instruktion vermutete "Erschwerung" mit "Schwierigkeit" bei WENDER (s.o.) gleichzusetzen ist.

Reizobjekte für $m = 2$ (vgl. 3.4), welche die Eindeutigkeit der Lösung und damit der Stress-Werte beeinflusst.

5.3.8.3 Merkmale der Beurteiler als unabhängige Variable

Die dritte Klasse unabhängiger Variablen entspringt einer differentialpsychologischen Fragestellung und stellt die Beziehung zur differentialpsychologischen Fassung des Modells der subjektiven Urteilsräume (vg. 5.4) her.

Es liegen nur wenige Untersuchungen vor, welche die Abhängigkeit des Parameters r von konsistenten Eigenschaften der Vpn oder zeitlich begrenzten Zuständen, in denen sich die Vpn befinden, zum Gegenstand haben. AHRENS (1972, 1973) konnte zeigen, daß bei Hirnorganikern die Bildung von Ähnlichkeitsurteilen über Tafeln der HOLTZMAN-Inkblot-Technique am besten durch $r = 5$ repräsentiert wurde, also eine Tendenz zur Dominanzmetrik vorlag, während der entsprechende Wert für normale Vpn $r = 1.5$ war. Bei SHEPARD (1964a), MICKO & FISCHER (1970) und FISCHER & MICKO (1972) wird der Parameter r als abhängig von bestimmten Aufmerksamkeitszuständen der Vpn interpretiert.

5.3.8.4 Wechselwirkung des r -Parameters mit der Dimensionalität des Urteilsraums

Die Abhängigkeit des r -Parameters von der Dimensionalität m bereitet sowohl theoretische als auch methodische Schwierigkeiten. Das Problem sei anhand der Ergebnisse einer Untersuchung des Verfassers zu individuellen Einstellungsstrukturen bei der Beurteilung von Nationen veranschaulicht. Der Untersuchung wurden als Menge der Reiz-

objekte 21 Eigennamen für Nationen zugrundegelegt. Die Reizobjekte sind einer differentialpsychologischen Untersuchungsreihe über das INDSCAL-Modell entnommen (WISH 1970, 1971, WISH, DEUTSCH & BIENER 1970, 1972). Das INDSCAL-Modell ist in seiner Anwendung auf den Gegenstandsbereich der Einstellungsforschung als eine leicht verbesserte Neuauflage des auf die Arbeiten von FERGUSON und EYSENCK in den vierziger Jahren zurückgehenden theoretischen Ansatzes zu sehen. Es setzt die gleiche Kognition von Urteilsdimensionen (UD 3) für alle Vpn bei differentieller Bewertung und konstanter Gültigkeit der euklidischen Prozeßregel voraus. Ein Modell zur Erfassung individueller Einstellungsstrukturen geht dagegen von der Analyseebene der einzelnen Vp aus.

In der Untersuchung wurde die Gültigkeit der bei WISH u. a. vorausgesetzten euklidischen Kombinationsregel für den individuellen Fall überprüft. Stellt die euklidische Metrik das beste Modell für die Bildung der Ähnlichkeitsurteile dar, so weist die Funktion zwischen dem Stress und dem Parameter r ein Minimum bei $r = 2$ auf.

Die Analyse der Urteile der Vp wurde dazu in zwölf verschiedenen Metriken durchgeführt. Abb.21 gibt die Funktion zwischen dem Parameter r und der Anpassungsgüte an. Die Güte der Anpassung ist durch den "coefficient of alienation", einem dem Stress S analogen Maß des "badness of fit" von GUTTMAN (1968), definiert.

Eine optimale Anpassungsgüte ergibt sich für $r = 5$, während die euklidische Metrik neben der City-Block-Metrik aufgrund der minimalen Anpassungsgüte das ungünstigste Modell darstellt.⁸⁷ Das Vorhandensein zweier Minima von r ,

⁸⁷ Diese Aussage hat, wie in allen Untersuchungen, in denen der Parameter r als abhängige Variable bestimmt wird, zur Voraussetzung, daß die Stress-Werte über verschiedene Werte für r vergleichbar sind. Eine kritische Diskussion dieser Voraussetzung gibt SHEPARD (1974, S.401ff).

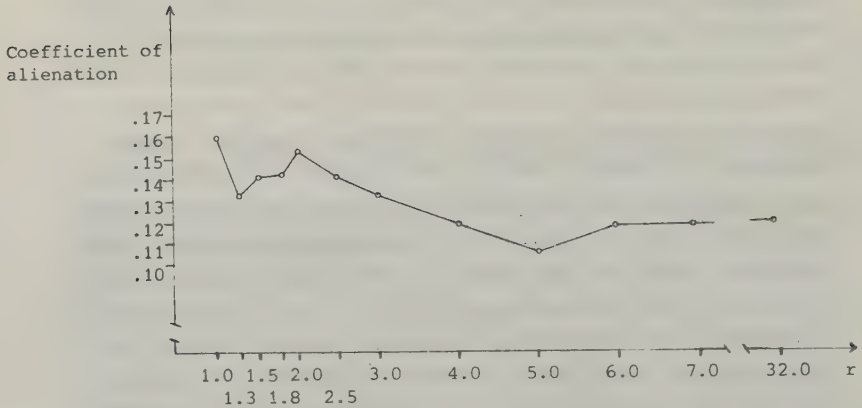


Abb.21: Anpassungsgüte des räumlichen Modells für die Beurteilung von 21 Nationen in Abhängigkeit von r . Für $r = \infty$ wurde aus ökonomischen Gründen $r = 32$ gesetzt.

eines für $r < 2$ und ein zweites für $r > 2$, darf nicht im Sinne der Äquivalenz von Lösungen (Isometrie) interpretiert werden (vgl. dazu 4.3).

Die bisher vorhandene Eindeutigkeit verschwindet, sobald man den optimalen Wert für r in Abhängigkeit der Funktion der Anpassungsgüte für verschiedene Dimensionalität m betrachtet (vgl. Abb.22).

Für $m = 2$ ergibt sich ein Minimum bei $r = 4$, für $m = 3$ bei $r = 7$. Konstant bleibt jedoch für alle m das Maximum des "coefficient of alienation" für die City-Block-Metrik. Die Bestimmung von r erweist sich hier als abhängig von der Wahl der Dimensionalität m . Die inferenzstatistische Sicherung der Differenzen zwischen den Werten der Anpassungsgüte ist gemäß den Ausführungen unter 3.5.1.2 nicht möglich.

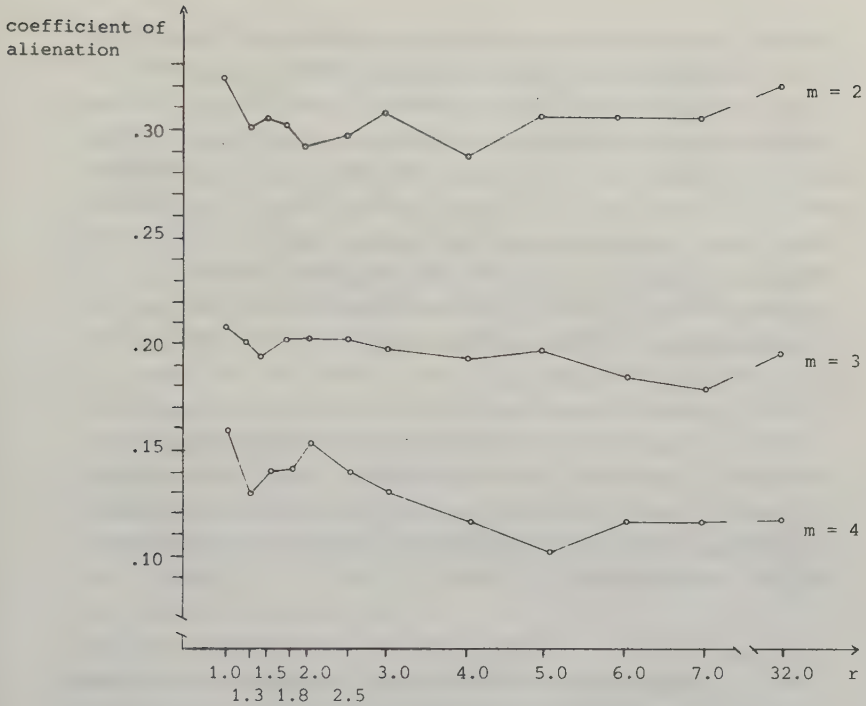


Abb.22: Anpassungsgüte des räumlichen Modells für die Beurteilung von 21 Nationen in Abhängigkeit von r und der Dimensionalität m .

Zwei alternative Vorgehensweisen lassen sich als Entscheidungshilfe für die Bestimmung von r angeben:

1. In aufeinanderfolgenden Schritten wird zuerst über die Dimensionalität entschieden und dann der Parameter r bestimmt.
2. Die Dimensionalität m und der Parameter r werden simultan bestimmt.

Da sich die erste Alternative nur in wenigen Fällen, z. B. bei analysierbarem geometrischen Reizmaterial (siehe 5.3.8.1) begründen läßt, ist generell auf die 2. Vorgehensweise zurückzugreifen. Wie jedoch die simultane Bestimmung des Parameters r und der Dimensionslität m geschehen soll, ist m. W. nicht bekannt. Darüberhinaus hat die Abhängigkeit der Parameter r und m die schwerwiegende theoretische Konsequenz, für subjektive Urteilsräume R_{ak} mit unterschiedlichen Dimensionalitäten unterschiedliche Prozeßregeln zuzulassen. Dies würde bedeuten, den drei unabhängigen Variablen a , k und i (vgl. 3.6.8.1 bis 3.6.8.3) eine vierte, nämlich m , hinzuzufügen. Die Möglichkeit eines Auswegs besteht hier wohl einzig darin, sich bei Differenzen in den Kurvenverläufen wie in Abb.22 nicht auf einen Wert $r = 5$ oder $r = 7$ festzulegen, sondern etwas vorsichtiger von einer "Tendenz zur Dominanzmetrik" zu sprechen.

5.3.9 Postulat 9: Die durch die Prozeßregel bestimmten $\binom{n}{2}$ Ähnlichkeiten werden von den V_{pn} auf dem Informationsniveau einer Ordinalskala wiedergegeben.

Postulat 9a: (für direkte Verhaltensmessung): Die direkte Verhaltensmessung o_{ij} ist eine monotone Funktion der durch die Prozeßregel bestimmten $p_{ij}^{(r)}$

5.3.9.1 Zum ordinalen Informationsniveau der Ähnlichkeitsurteile

Postulat 9 besagt, daß die mit der Gewichtungsvorschrift der Prozeßregel bestimmten Ähnlichkeiten bzw. Unterschied-

lichkeiten einer monotonen Transformation unterzogen werden. Eine monotone Transformation wird nahegelegt, wenn die von WEBER (1834) und FECHNER (1860) formulierten Gesetzmäßigkeiten auf den Bereich des Ähnlichkeitsurteils generalisiert werden. ATTNEAVE (1950) schreibt dazu in der Diskussion seiner experimentellen Ergebnisse:

"...a given change in the difference between two stimuli becomes less noticeable as the total difference between the two stimuli is increased. It is tempting, therefore, to think of it as a sort of second-order WEBER-FECHNER-function. The abscissa is already related to the physical variables, if these are magnitudes, by a FECHNER function or some suitable variant theory of. The present interpretation suggests that these first-order psychological distances on the abscissa are pseudo-physical in their relationship to some higher perspective level and that they go through another FECHNER transformation in being perceived." (a.a.O., S.552)

Während ATTNEAVE und FECHNER von einer logarithmischen Beziehung ausgehen, legt das Modell der subjektiven Urteilsräume die Menge aller monotonen Funktionen zugrunde, die die logarithmische Transformation linearer Funktionen mit einschließt.

Das Klassifikationsschema von STEVENS (1951) ordnet gemäß Postulat 9 den Ähnlichkeitsurteilen das Informationsniveau einer Ordinalskala zu. Dieses Schema erweist sich hier als zu grob, da es nicht die wesentliche Unterscheidung zwischen einer Rangordnung von Reizobjekten auf einer oder mehreren Skalen und einer Rangordnung von Reizobjektpaaren auf einer (Ähnlichkeits)-Skala abbildet. Letzterer Datentyp wurde von COOMBS - die Position zwischen der STEVENschen Ordinalskala und den metrischen Skalen spiegelnden - Bezeichnung 'ordered metric' versehen (vgl. 3.4). Es wird also angenommen, daß die Vpn

reliabel Urteile über Rangordnungen von Unterschiedlichkeiten bzw. Ähnlichkeiten von Reizobjektpaaren treffen können. Zu entsprechenden Folgerungen über die Validität der ordinalen Urteilsbildung kommen HEYNS & LIPPITT (1954, zit. in CRANACH & FRENZ 1969):

- "1. Unter optimalen Bedingungen sind ordinale Urteile genauer als Urteile auf einer absoluten subjektiven Skala.
2. Ordinale Urteile sind genauer, wenn gleichzeitig immer nur zwei Objekte verglichen werden. Je größer die Zahl der gleichzeitig zur Beurteilung vorgelegten Objekte, desto ungenauer die Urteile.
3. Ordinale Urteile über zwei Objekte sind genauer, wenn diese räumlich und zeitlich nahe aneinander gebracht werden.
4. Ordinale Urteile über zwei in Raum und Zeit benachbarte Objekte sind genauer, wenn die Objekte in allen Dimensionen mit Ausnahme der beurteilten übereinstimmen." (a.a.O., S. 279)

Die Forderungen 1. bis 3. können durch einen NMDS-Versuchsplan - im Gegensatz zu den den metrischen dimensionsanalytischen Modellen zugehörigen Versuchsplänen - erfüllt werden.

Forderung 4. dagegen bezieht sich auf den eindimensionalen Fall der klassischen Psychophysik (vgl. 3.1.1).

5.3.9.2 Die Überprüfbarkeit der Dreiecksgleichung im Kontext der ordinalen Urteilsbildung

Entsprechend der Dreiecksgleichung im mathematischen Modell

$$\text{MM 7: } d_{ji} + d_{jk} \geq d_{ik}$$

muß für die Unähnlichkeitsurteile angenommen werden:

$$\delta_{ij} + \delta_{ik} \geq \delta_{jk}$$

Diese Voraussetzung ist wegen Postulat 9 nicht überprüfbar. Die Begründung liegt darin, daß wegen Postulat 9 und dem entsprechenden Satz MM 1 die Unähnlichkeitsurteile invariant gegenüber monotonen Transformationen sind. Es kann daher für alle die Dreiecksungleichung verletzenden Tripel

$$d_{ij} + d_{ik} < d_{jk}$$

eine entsprechend hohe positive Konstante c gefunden werden, so daß gilt

$$d_{ij} + c + d_{ik} + c \geq d_{jk} + c$$

und damit die Dreiecksungleichung erfüllt ist. Die Dreiecksungleichung ist also einer empirischen Überprüfung an den erhobenen Urteilsdaten nicht zugänglich.⁸⁸

Mit der Unüberprüfbarkeit des Satzes über die Dreiecksungleichung gewinnt der Satz über die Transitivität der Urteile an Bedeutung für die Überprüfung der Validität des Modells der subjektiven Urteilsräume. Die Unähnlichkeitsurteile δ_{ij} sind genau dann transitiv, wenn für alle δ_{ij} gilt:

$$(\delta_{ij} > \delta_{ik} \text{ und } \delta_{ik} > \delta_{il}) \rightarrow (\delta_{ij} > \delta_{il})^{89}$$

Urteilstransitivität ist eine notwendige, jedoch keine hin-

⁸⁸In der metrischen MDS muß entsprechend die kleinste notwendige, positive Konstante c bestimmt werden, um die Gültigkeit der Dreiecksungleichung in den Urteilsdaten nachträglich herzustellen.

⁸⁹Der Pfeil $\rightarrow$ steht für die logische Implikation.

reichende Bedingung für die Gültigkeit der Dreiecksungleichung. Postulat 9 beeinträchtigt die empirische Prüfbarkeit der Transitivitätsbedingung nicht. Damit hat sie eine wichtige Funktion für die Überprüfung der Validität des Modells der subjektiven Urteilsräume.

5.3.9.3 Falsche Interpretation zur Überprüfung der Urteilstransitivität nach SIXTL

Wie im letzten Abschnitt ausgeführt wurde, ist die Transitivität der Urteile eine notwendige Bedingung für die wegen Postulat 9 nicht prüfbare Gültigkeit der Dreiecksungleichung und damit ein wichtiges Kriterium für die Validität des Modells der subjektiven Urteilsräume. Zur zufallskritischen Absicherung des Anteils intransitiver Urteile wird die Zeta-Methode von KENDALL (1948) vorgeschlagen. Bei positivem Ergebnis kann eine nachträgliche Transitivierung der Urteilsdaten über die bei SLATER (1961) und CARMONE, GREEN & ROBINSON (1968) angegebenen Verfahren erfolgen.

Nach SIXTL (1967, S. 161f.) zeigt jedoch der Gedanken- gang, der in KENDALLs Zeta-Methode zur Bestimmung der maximalen Anzahl $d_{\max}$ zirkulärer Triaden führt, eine Lücke auf:

"Ein weiterer, bisher völlig unbeachteter Gesichtspunkt ist: die Vp hat nicht in jedem Tripel von Objekten die gleiche Möglichkeit, eine zirkuläre Triade zu produzieren. Das dritte Urteil einer Triade liegt nämlich nur dann logisch fest, wenn die Vp so urteilt, daß das Objekt, welches in den beiden ersten Phasen vorkommt, rangmäßig in der Mitte zwischen den beiden anderen Objekten zu liegen kommt. Das ist aber nur in der Hälfte aller mög-

lichen Arrangements von Urteilen der Fall. Bilden die Objekte i, j, k ein Objekttripler und sind die Paare

ij, ik, jk

so ist es i , das in den ersten Paaren vorkommt. Werden die Paare in dieser Reihenfolge vorgegeben, dann liegt das dritte Urteil nicht fest, wenn $i > j$ und $i > k$ bzw., wenn $i < j$ und $i < k$ Nur bei $i > j$ und $i < k$, bzw. bei $i < j$ und $i > k$ liegt das dritte Urteil logisch fest, nur in diesen Fällen kann eine zirkuläre Triade auftreten. Aus diesem Grunde dürfte $d_{\max}$, das diese Möglichkeit nicht in Rechnung stellt, keine adäquate Bezugsgröße der Urteilkonsistenz sein. Wenn man von $d_{\max}$ alle Fälle abzieht, wo aufgrund des Urteilsarrangements⁹⁰ eine zirkuläre Triade nicht auftreten konnte, entsteht eine Bezugsgröße, an der gemessen die Urteilkonsistenz geringer ist." (a.a.O., S.161f).

Die Kritik von SIXTL ist bis heute unwidersprochen geblieben. Sie wird durch folgenden Gedankengang des Verfassers widerlegt.

Eine Definition sei vorangestellt:

Eine notwendige und hinreichende Bedingung für ein transitives Urteil ist: für alle Reizobjekttripler (i, j, k) gibt es ein Reizobjekt, das als das größte (oder kleinste) eingeschätzt wird.

SIXTL nimmt zwei Ursachen für transitive Triaden an: einmal das Urteilsverhalten der Vp, zum anderen "Urteilsarrangements", die intransitive Urteile verhindern. Er glaubt, daß für die Paare (i, j) , (i, k) , und (j, k) das dritte Urteil aufgrund des Urteilsarrangements logisch nicht festliegt und somit keine zirkuläre Triade entstehen kann, wenn die ersten beiden Dominanzurteile

⁹⁰ Hervorhebung durch den Verfasser dieser Arbeit

$$i > j \text{ und } i > k$$

oder

$$i < j \text{ und } i < k \text{ sind.}$$

Aus der oben gegebenen Definition von Transitivität durch ihre notwendige und hinreichende Bedingung folgt jedoch, daß das dritte Urteil in diesen Fällen belanglos ist, da die Urteilssequenz $i > j$ und $i > k$ (bzw. $i < j$ und $i < k$) bereits hinreichend für ein transitives Urteil ist. Das heißt, daß die Transitivität der Urteilstriade durch das Urteilsverhalten der Vpn bestimmt ist und nicht durch ein "Urteilsarrangement" Intransitivität verhindert wird. Die von SIXTL bezeichneten "Urteilsarrangements", in denen der Urteiler Gelegenheit hat, eine zirkuläre Triade zu produzieren..." (SIXTL 1967, S.162), erweisen sich als eine Verwechslung mit dem Urteilsverhalten der Vpn in den ersten zwei Urteilen. Um die Ausführungen von SIXTL auf das Modell der subjektiven Urteilsräume zu übertragen, ist es lediglich notwendig, die bei SIXTL besprochenen Dominanzurteile über Reizobjekte

$$i \succsim k$$

durch die eine Rangordnung von (Un-)Ähnlichkeitsurteilen aufbauenden Dominanzurteile über Reizobjektpaare

$$(i,j) \succsim (k,l)$$

zu ersetzen.

Der SIXTLsche Gedankengang ist damit widerlegt. Die Zeta-Methode von KENDALL kann als ein in dieser Hinsicht einwandfreies mathematisches Modell zur Überprüfung der in Postulat 8 enthaltenen Transitivität des Urteils angesehen werden.

5.3.9.4 Zusammenfassung

Das Informationsniveau der Ähnlichkeitsurteile wird als das einer geordneten Metrik bezeichnet. Wegen Postulat 9 ist der in Postulat 8 eingehende Satz MM 7 (Dreiecksungleichung) empirisch nicht prüfbar. Es muß vielmehr auf die in Postulat 8 enthaltene und überprüfbare Aussage über die Transitivität der Urteile zurückgegriffen werden, die eine notwendige Bedingung für die Gültigkeit der Dreiecksungleichung darstellt. Zur Überprüfung der Transitivität der Urteile wird KENDALLs Zeta-Methode vorgeschlagen und die Kritik von SIXTL an KENDALLs Prüfmodell als unzutreffend zurückgewiesen.

5.4 Erweiterung des Modells der subjektiven Urteilsräume auf ein differentialpsychologisches Modell des Urteilsverhaltens

Die Annahme der Heterogenität der N Vpn bezüglich des untersuchten Urteilsverhaltens macht den Übergang von einem allgemeinspsychologischen auf ein differential- bzw. individualpsychologisches Modell erforderlich. Ein entsprechendes Urteilsmodell läßt sich leicht aus der vorliegenden Arbeit durch die Erweiterung des zweiparametrischen Modells R_{ak} auf das dreiparametrische Modell R_{aki} ableiten. Dabei steht der dritte Parameter i für die Person I bzw. für eine homogene Gruppe I von Personen.⁹¹ Das "Modell der subjektiven Urteilsräume R_{aki} " kann sowohl in einer differential- als auch in einer individualpsychologischen Funktion angewendet werden. Unter der

⁹¹ Um eine einheitliche Indizierung in Kleinbuchstaben zu erhalten, sei die Schreibweise " R_{aki} " an Stelle von " R_{akI} " vereinbart.

"individualpsychologischen Funktion" wird die Anwendung auf die Untersuchung der Urteilsstruktur und Urteilsbildung einer einzelnen Person verstanden. Das Modell R_{aki} kann dabei als eine nonmetrische dimensionsanalytische Variante der idiographischen Methode betrachtet werden. Die differentialpsychologische Funktion des Modells zielt dagegen auf den systematischen Vergleich individueller Urteilsstrukturen hinaus. Das differentialpsychologische (bzw. individualpsychologische) Modell der subjektiven Urteilsräume R_{aki} läßt sich aus den Postulaten unter 5.2.2 formulieren, indem alle " R_{ak} " durch " R_{aki} " ersetzt werden.

Die Notwendigkeit differentialpsychologischer Ansätze im Bereich des Urteilsverhaltens und der Einstellungsmessung wird sowohl theoretisch gefordert (z.B. FEGGER 1974) als auch empirisch begründet (z. B. VENESS 1969).

Eine auf dem Modell der subjektiven Urteilsräume aufbauende differentialpsychologische Theorie kommt mit weniger einschränkenden Annahmen über das Urteilsverhalten der Vpn aus, als Modelle, die auf anderen dimensionsanalytischen Methoden aufbauen. So muß der Ansatz von BENNET & HAYS (1960), der eine mehrdimensionale Verallgemeinerung von COOMBS' "unfolding theory" darstellt - neben erheblichen algorithmischen Schwächen - das Postulat eines gemeinsamen Urteilsraumes für alle Beurteiler in Kauf nehmen. Entsprechendes gilt für das INDSCAL-Modell (CARROLL & CHANG 1970, CARROLL & WISH 1973), das ein von metrischen Annahmen über das Urteilsverhalten der Vpn ausgehendes Vektormodell ist. In ihm werden gleiche Urteilsdimensionen (Sättigungsdimensionen) für alle Beurteiler mit individuell unterschiedlicher Bewertung (Gewichtung) angenommen.

Abschließend soll noch auf die Möglichkeit der Berück-

sichtigung weiterer Parameter durch ihre explizite Einbeziehung in das Modell hingewiesen werden. So führt ein Parameter t zu einem entwicklungspsychologischen Modell der subjektiven Urteilsräume R_{akt} bzw. R_{akit} , in dem eine präzise und operationale Formulierung entwicklungspsychologischer Konstrukte wie z. B. "Akkomodation", "Schema" und "Differenzierung" denkbar ist. Die im Zusammenhang mit der Theoriebildung über die entwicklungsbedingte Differenzierung der Intelligenzstruktur (GARRETT 1964, BURT 1954, WEWETZER 1957) entdeckten Artefakte (MERZ & KALVERAN 1965), die durch das faktorenanalytische Modell bedingt werden, sind in einem auf der NMDS aufbauenden Intelligenzmodell nicht zu erwarten. Ein entsprechendes Modell ist m. W. bis heute noch nicht entworfen worden.

6. THEORETISCHE FUNDIERUNG DER ÄHNLICHKEITSMESSUNGEN
UNTER 3.1.2.3 DURCH DAS MODELL DER SUBJEKTIVEN
URTEILSRÄUME

Unter 3.1.2 wurde der Ähnlichkeits-Begriff und unter 3.1.2.3 die in der Literatur zur NMDS vorgeschlagenen Operationalisierungen (siehe z. B. GUTTMAN 1968, GREEN & CARMONE 1970, SUBKOVIK 1975) besprochen. Gemäß den Ausführungen zu dem unter 2.5 eingeführten Begriff des "Artefakts 1. Art" ist die Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs aus einer psychologischen Theorie über Urteilsverhalten und nicht aus "methodischen Erwägungen" abzuleiten. Eine Theorie über Urteilsverhalten, die mit dem mathematischen Modell der NMDS in einer partiellen Homomorphie steht (vgl. 2.3), ist in Kap. 5 unter der Bezeichnung "Modell der subjektiven Urteilsräume R_{ak} " entwickelt worden. Die Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs im Kontext der Anwendung der NMDS auf den Gegenstandsbereich "Urteilsverhalten" kann damit theoretisch abgeleitet werden.

Hierzu werden alle unter 3.1.2.3 angeführten Ähnlichkeitsmessungen auf ihre Vereinbarkeit mit den Postulaten des Modells geprüft. Die wichtigen Postulate sind die Postulate 7, 8, 9 und 9a, da sie sich auf die Konstruktion des Ähnlichkeitsurteils beziehen.

Eine Operationalisierung wird gemäß 2.5 als "adäquate Ähnlichkeitsmessung" bezeichnet, wenn sie mit den in Postulat 7, 8, 9 und 9a enthaltenen Aussagen übereinstimmt und keine zusätzlichen Annahmen über das Urteilsverhalten der Vpn getroffen werden müssen. Gehen in eine Ähnlichkeitsmessung Annahmen ein, die mit denjenigen der erwähnten Postulate nicht übereinstimmen, so wird diese als "inadäquate Messung der Ähnlichkeit" bezeichnet. Die In-

adäquatheit bezieht sich dabei auf das Modell der subjektiven Urteilsräume und damit auf die Anwendung der NMDS auf den Gegenstandsbereich "Urteilsverhalten".

6.1 Zur Modelladäquatheit der direkten Ähnlichkeitsmessung

Die wesentlichen Aussagen der Postulate 7 bis 9 seien an dieser Stelle kurz angeführt.

Postulat 7 besagt, daß das Ähnlichkeitsurteil inhaltlich durch den jeweils aktivierten Urteilsraum R_{ak} bestimmt ist. Postulat 8 besagt, daß das Ähnlichkeitsurteil formal durch die Prozeßregel $p_{ij}^{(r)}$ bestimmt ist. Sie besitzt die Eigenschaften der Symmetrie des Urteils, Transitivität des Urteils, der Gültigkeit der Dreiecksungleichung, Zerlegbarkeit, intradimensionalen Subtraktivität und interdimensionalen Additivität. Postulat 9 gibt das Informationsniveau der Ähnlichkeitsurteile als ein ordinales und zwar als das einer geordneten Metrik an. In Postulat 9a geschieht das entsprechende für die direkte Verhaltensmessung.

6.1.1 Die Methode der Tetraden

Die Methode der Tetraden (vgl. 3.1.2.3.1) läßt sich, wie alle Ähnlichkeitsmessungen, in zwei Schritte gliedern. Der erste besteht in der Versuchsanordnung mit der Konstruktion, eine der Alternativen

$$\delta_{ij} > \delta_{kl} \text{ oder } \delta_{ij} < \delta_{kl}$$

zu wählen (vgl. Abb.23).

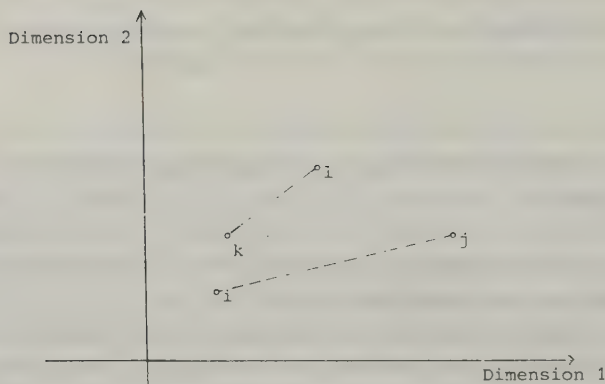


Abb.23: Subjektiver Urteilsraum R_{ak} mit $m = 2$, $n = 4$ und $r = 2$. Die Methode der Tetraden verlangt Dominanzurteile des Typs $\delta_{ij} \succ \delta_{kl}$.

Der zweite Schritt besteht in der Transformation der Dominanzrelationen in Ähnlichkeitsrelationen über das "law of comparative judgment" (vgl. TORGERSON 1958, Kap. 9). Während das im ersten Schritt durch die Versuchsanordnung definierte Urteilsverhalten mit den Postulaten 7 bis 9 nicht im Widerspruch steht, sind für den zweiten eine Reihe von zusätzlichen Annahmen zu treffen, die mit Postulat 9 unverträglich sind.

Die zugehörigen Ausführungen erfolgen hier detailliert für die Methode der Tetraden, während sie daran anschließend für die weiteren direkten Ähnlichkeitsmessungen kürzer gefaßt werden.

Das "law of comparative judgment" lautet in seiner vollständigen Form:

$$s_k - s_j = x_{jk} (\sigma_j^2 + \sigma_k^2 - 2r_{jk}\sigma_j\sigma_k)^{\frac{1}{2}}$$

wobei	s_j, s_k	die gesuchten Skalenwerte der Reizobjekte j und k angeben,
	σ_j, σ_k	für die "diskriminativen Streuungen" der Reizobjekte j und k stehen,
	x_{jk}	den z-Wert (unter der Normalverteilung) angibt, der dem Anteil entspricht, in dem Reizobjekt j größer als k beurteilt wurde und
	r_{jk}	die Korrelation zwischen den Paaren von diskriminativen Prozessen d_j und d_k angibt. (vgl. TORGERSON 1958, S.161f.)

Um das im Kontext der eindimensionalen Skalierung formulierte "law of comparative judgment" auf die mehrdimensionale Ähnlichkeitsskalierung zu übertragen, sind zunächst alle Reizobjekte j und k durch die Unähnlichkeiten δ_{ij} und δ_{kl} zu ersetzen. Den Positionen von Reizobjekten auf einer inhaltlichen Skala entsprechen demnach die Positionen von Reizobjektpaaren auf einer Ähnlichkeitskala. Dies soll nicht weiter ausgeführt, sondern es soll vielmehr unmittelbar auf die drei Modellpostulate des "law of comparative judgment" eingegangen werden:

- "1. Each stimulus when presented to an observer gives rise to a discriminial process which has some value on the psychological continuum of interest.
2. Because of the fluctuations in the organism, a given stimulus does not always excite the same discriminial process, but may excite one with a higher or lower value on the continuum. If any stimulus is presented to an observer a large number of times, a frequency distribution of discriminial processes associated with that stimulus will be generated. It is postulated that

the values of the discriminial processes are such that the frequency distribution is normal on the psychological continuum. Each stimulus thus has associated with it a normal distribution of discriminial processes.

3. The mean and standard deviation of the distribution associated with a stimulus is taken as its scale value and discriminial dispersion, respectively." (a.a.O., (S. 159f.)

Postulat 1 ist in seiner allgemein gehaltenen Aussage mit Postulat 8 im Modell der subjektiven Urteilsräume verträglich. Im Widerspruch zu Postulat 9 steht die Annahme einer Normalverteilung der Urteile in den TORGERSONschen Postulaten 2 und 3.

Hinzukommt, daß das "law of comparative judgment" in seiner oben ausgeführten vollständigen Form unlösbar ist, da die Anzahl der Unbekannten die Anzahl der Gleichungen übertrifft. THURSTONE (1927a) mußte weitere Annahmen ("simplifying hypothesis") über die oben genannten Parameter treffen, um das "law of comparative judgment" anwendbar zu machen. Diese in "case III, IV, V" eingehenden Annahmen (vgl. TORGERSON 1958, S.163 - 165) sind ebenfalls mit Postulat 9 unvereinbar.

Die Methode der Tetraden muß als nicht-modelladäquate Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs bezeichnet werden.

6.1.2 Die Methode der sukzessiven Kategorien

Diese Methode (vgl. 3.1.2.3.1) ist im allgemeinpsychologischen Kontext eine zweistufige. Die in der Versuchsanordnung geforderte Beurteilung der Ähnlichkeit je zweier Reizobjekte i und j auf einem Ähnlichkeitskontinuum ist modellverträglich. Durch die Betrachtung der Vpn

als Replikationen erfolgt die anschließende Mittelwertsbildung der individuellen Unähnlichkeitseinschätzungen zu einem Koeffizienten δ_{ij} . Die Mittelwertsbildung über den Median steht in Einklang mit Postulat 9. Die Methode der sukzessiven Intervalle erweist sich als mit den Postulaten 7, 8 und 9 kongruent.

6.1.3 Die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung

Sie unterscheidet sich in hier nicht relevanten Aspekten der Versuchsanordnung (vgl. 3.1.2.3.1) von der Methode der sukzessiven Kategorien. Für sie gilt das unter 6.1.2 Gesagte.

6.1.4 Die Methode der Triaden

Die Methode der Triaden stellt eine um den Preis der Transitivitätsannahme erreichte Verkürzung der Methode der Tetraden dar. Entsprechend den Ausführungen unter 6.1.1 erweist sie sich als nicht modelladäquat.

6.1.5 Die Methode der multiplen Rangordnungen

Wie alle bisherigen ist auch dieser Ansatz zur Messung der Ähnlichkeit ein zweistufiger. Die Bildung von N Rangordnungen der $\binom{n}{2}$ Unähnlichkeiten δ_{ij} (bzw. Ähnlichkeiten γ_{ij}) ist modelladäquat. Zur Bestimmung der $\binom{n}{2}$ Ähnlichkeitskoeffizienten aus der konditionalen Matrix der Größenordnung $N \times \binom{n}{2}$ (siehe dazu KLINGBERG 1941) werden metrische Annahmen getroffen, die mit Postulat 9 unverträglich sind.

Die Methode der multiplen Rangordnungen erweist sich als eine inadäquate Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs.

6.1.6 Zusammenfassung

Die Methoden der direkten Ähnlichkeitsmessung sind im allgemeinpsychologischen Kontext zweiphasig. Die Phase der Bildung von ordinalen Ähnlichkeitsurteilen (6.1.3 bis 6.1.5) bzw. Dominanzurteilen (6.1.1 bis 6.1.2) steht durchweg im Einklang mit den Postulaten 7 bis 9. In die Phase der Mittelung bzw. der Ableitung eines Ähnlichkeitskoeffizienten gehen dagegen meist metrische Annahmen ein, die mit Postulat 9 unverträglich sind. Als adäquate Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs erweist sich lediglich die Methode der sukzessiven Kategorien sowie deren Variante, die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung.

6.2 Zur Modelladäquatheit der indirekten Ähnlichkeitsmessung

6.2.1 Der generalisierte Satz von Pythagoras

Der generalisierte Satz von Pythagoras erfüllt die in Postulat 7 enthaltene Aussage über die inhaltliche Bestimmung des Ähnlichkeitsurteils genau dann, wenn die p vorgegebenen Skalen den aktivierten subjektiven Urteilsraum R_{ak} inhaltlich genau abdecken, d. h. weder zu wenige noch zu viele Urteilsgesichtspunkte enthalten.

Unter dieser Voraussetzung ist er gemäß Postulat 8 ge-

nau dann eine adäquate Messung der Ähnlichkeit, wenn für alle i und j gilt:

$$\left[\sum_{h=1}^p |x_{ih} - x_{jh}|^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

Diese Forderung wird durch Postulat 9 abgeschwächt zu:

$$\left[\sum_{h=1}^p |x_{ih} - x_{jh}|^2 \right]^{\frac{1}{2}} = f_m \left(\left[\sum_{e=1}^m |x_{ie} - x_{je}|^r \right]^{\frac{1}{r}} \right)$$

Die zur Gültigkeit der Postulate 7, 8 und 9 notwendigen Annahmen lassen sich in zwei Gruppen zusammenfassen:⁹²

1. a (für $p = m$): Annahme A1: Die p Skalen decken sich inhaltlich mit den m Urteilsdimensionen bzw. der Urteilsstruktur des R_{ak} .
1. b (für $p > m$): Es gilt A1 und zusätzlich:
Annahme A2: Die inhaltliche Bedeutung der $p > m$ Skalen geht nicht über die des R_{ak} hinaus (vgl. Postulat 7).
Annahme A3: Die inhaltliche Gewichtung der p Skalen entspricht genau der inhaltlichen Gewichtung der m Urteilsdimensionen bzw. der Urteilsstruktur des R_{ak} . Dies bedeutet, daß keine Urteilsdimension im Skalensatz übergewichtet ist.
2. Annahme A4: Die Prozeßregel entspricht der euklidischen Kombinationsregel.

Von diesen vier als notwendige Bedingungen für die Modelladäquatheit formulierten Annahmen ist die Gültigkeit von A1 bis A3 unbekannt. Sie kann einer empirischen Prüfung nur zugeführt werden, wenn der entsprechende subjektive Urteilsraum a priori gegeben ist. Annahme 4 widerspricht in ihrer Einschränkung dem allgemeineren Postulat 8. Die Adäquatheit des generalisierten Satzes von Pythagoras als

⁹²Die hier vorgenommene Aufteilung entspricht der Zweistufen-Struktur der direkten Ähnlichkeitsmessung.

Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs ist wegen der Unsicherheit über die Voraussetzungen A1 bis A3 unbestimmt und im allgemeinen unbestimmbar und wegen A4 für bestimmte Werte der Parameter a und k sicher falsch (siehe 5.3.8.1 und 5.3.8.2).

6.2.2 Die Produktmomentkorrelation (PMK)

Sowohl in der theoretischen (z. B. GUTTMAN 1968, RABINOWITZ 1975) als auch in der empirischen NMDS-Literatur (z. B. PAPPI & LAUMANN 1974) wird die PMK als Operationalisierung vorgeschlagen bzw. angewendet. Begründet wird dies gewöhnlich mit der Behauptung einer invers-monotonen Beziehung zwischen der PMK und der Distanz.

So schreibt GUTTMAN (1968) zu Beginn seines Grundlagenaufsatzes:⁹³

"Many if not most data problems in the behavioral and other sciences involve some notion of distance or similarity. An important class of cases is one which deals with a set of n elements, say $A_1, A_2, \dots, A_n$, and with some information about an 'ordered metric' (in Coombs' terminology) for this set. That is if (A_i, A_j) and (A_k, A_l) are two pairs of elements from the set $\{A_i\}$, then information may be available as to whether or not A_i is 'closer' to A_j than A_k is to A_l . The following are some varieties of examples. Variety (a): If $\{A_i\}$ is a set of variables among which intercorrelations have been calculated for a given population, it is of interest to know which variables

⁹³Nach COXON (persönliche Mitteilung) ist das durchgängige Verständnis von GUTTMANs 40-seitigem theoretisch-methodischen Werk wegen der "frei schwebenden" Nomenklatur wohl von niemandem außer von GUTTMAN selbst erreichbar. Nicht desto trotz gehört es zu den (kommentarlos) meist zitierten theoretischen NMDS-Veröffentlichungen.

correlate more with each other and which less. Any notion of correlation among variables is (inversely) related to a notion of distance among those variables. In particular when the regressions are all linear and r_{ij} is the productmoment coefficient of correlation between A_i and A_j , then it can be specified that $(A_i, A_j) < (A_k, A_l)$ if $r_{ij} > r_{kl}$." (a.a.O., S.469)

RABINOWITZ (1975, S.365) schreibt:

"Either factor analysis which is directly a scalar product model, or nonmetric multidimensional scaling, which requires data to be a monotonic function of distance, can legitimately be used to analyze product-moment correlation matrices."

Beide Autoren begründen die Zulässigkeit der PMK in der invers-monotonen Beziehung der PMK zur Distanz. Die Unrichtigkeit dieser Behauptung läßt sich zeigen, wenn von folgendem Beispiel eines subjektiven Urteilsraumes R_{ak} ausgegangen wird (Abb.24):

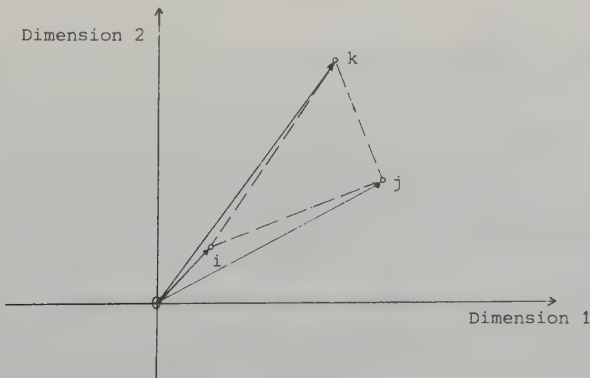


Abb.24: Modell eines subjektiven Urteilsraumes R_{ak} mit $m = 2$, $n = 3$ und $r = 2$. Die Pfeile geben die in O ansetzenden Vektoren, die gestrichelten Linien die euklidischen Distanzen an.

Aus Abb.24 ergibt sich folgende Rangordnung der Produktmomentkorrelationen r_{ij} :⁹⁴

$$r_{ik} > r_{ij} > r_{jk}.$$

Die Behauptung einer invers-monotonen Beziehung zu den zugehörigen euklidischen Distanzen führt zu:

$$d_{ik} < d_{ij} < d_{jk}.$$

Aus dem Beispiel in Abb.24 ist ersichtlich, daß vielmehr gilt:

$$d_{ik} > d_{ij} > d_{jk}.$$

Damit liegt eine klare Verletzung der Monotonitätsbedingung

$$r_{ij} = f_m^{-1}(d_{ij})$$

vor.

Unter Bezugnahme auf das Modell der subjektiven Urteilsräume ist damit gezeigt, daß die PMK nicht immer monoton zur euklidischen Distanz ist. Beim Übergang auf nicht-euklidische Metriken ist eine weitere Verletzung der Monotonität zu erwarten, da nicht-euklidische Distanzen wiederum nicht-monoton zu euklidischen Distanzen sind (vgl. 4.1).

Die hier kritisierte Behauptung scheint auf eine nicht vollzogene Unterscheidung zwischen einem Urteilsraum auf faktorenanalytischer Basis und einem Urteilsraum auf der Basis der NMDS zurückzugehen. Die Mono-

⁹⁴ Dies kann aus Abb.24 leicht abgelesen werden, wenn man beachtet, daß die PMK als normiertes Skalarprodukt dem Cosinus des Winkels zwischen den beiden Vektoren v_i und v_j entspricht.

tonitätsbehauptung ist für ein faktorenanalytisches Urteilsmodell mit normierten Variablen (Reizobjekten) richtig.⁹⁵ Dort liegen alle Reizobjekte im vollständig erklärten Fall auf einem m-dimensionalen Hyperspheroid und die Distanz der auf der Hyperspheroid-Oberfläche liegenden Reizobjekte ist monoton zum Cosinus der entsprechenden Winkel. Die Unterschiedlichkeit des faktorenanalytischen Sättigungsraumes zum Differenzierungsraum der NMDS ist bereits unter 5.3.6.1 ausführlich dargestellt worden.

Die Verwendung der PMK im Kontext der NMDS wurde bereits ohne Bezug auf ein theoretisches Modell von BERTRAM (1975) beanstandet. In seiner Kritik an der Studie von PAPPI & LAUMANN (1974) kommt er zu folgender "konstruktiven" Lösung: "Es ist daher zweckmäßig, vor Berechnung der MDSCAL-Lösung alle Vorzeichen (der PMKs) zu eliminieren, da dadurch die Lösungen eindeutig interpretierbar sind." (BERTRAM 1975, S.292)

Dieser Vorschlag (nach dem Motto "vom Regen in die Traufe") führt jedoch zu einer noch stärkeren Verletzung der Monotonitätsbedingung MM 1, da dabei als gegensätzlich eingeschätzte Reizobjekte wie solche behandelt werden, die als einander am ähnlichsten beurteilt wurden.

Es ist im Kontext des Modells der subjektiven Urteilsräume gezeigt worden, daß die PMK nicht immer monoton zur Distanz ist. Diese Eigenschaft der PMK steht mit Postulat 9 im Widerspruch. Hinzukommt, daß die unter 6.2.1 formulierten,

⁹⁵Bei GUTTMAN muß berücksichtigt werden, daß er zusammen mit LINGOES eine "nonmetric factor analysis" (LINGOES 1966) zur ordinalen Analyse von Korrelationsmatrizen bzw. Skalarproduktmatrizen entwickelte. Entsprechend ist sein empirisches Interesse auf die strukturelle Analyse von Intelligenztests gerichtet (GUTTMAN 1965, 1966a,b).

wegen Postulat 7 und 8 notwendigen Annahmen A1 bis A3 auch für die PMK gelten. Das Zutreffen dieser Annahmen bleibt auch hier ungewiß.⁹⁶

6.3 Zur Modelladäquatheit der direkten Verhaltensmessung

6.3.1 Reaktionszeit

Das hier eingehende Postulat 9a sei vorangestellt:

Postulat 9a: Die direkte Verhaltensmessung o_{ij} ist eine monotone Funktion der durch die Prozeßregel bestimmten Distanz $d_{ij}^{(r)}$.

Eine direkte Verhaltensmessung o_{ij} , die der in Postulat 9a formulierten Bedingung genügt, kann als direktes Ähnlichkeitsmaß interpretiert werden.

In Abb.25 sind für einen subjektiven Urteilsraum R_{ak} mit

⁹⁶Auch die von KELLY vorgeschlagenen Methoden zur Erstellung valider Skalen (KELLY 1955, BANNISTER & MAIR 1968, BANNISTER & FRANSELLA 1971) sind aus folgenden zwei Gründen als nicht hinreichend für die Modelladäquatheit von indirekten Ähnlichkeitsmessungen anzusehen:

1. Die Gültigkeit der notwendigen Bedingungen A1 bis A3 kann zwar durch den KELLYschen Ansatz theoretisch begründet werden. Die Kombination der einzelnen Skalenurteile zu einem indirekten Ähnlichkeitsmaß unterliegt jedoch derselben Kritik, wie sie unter 6.2.1 zu A4 und unter 6.2.2 zur Monotonität von PMK und Distanz formuliert ist.

2. Die Validität der Skalen, d. h. die Gültigkeit der Annahmen A1 bis A3 liegt nur dann vor, wenn der Skalen-satz individuell bestimmt ist. Individuelle Variation kann in einem allgemeinspsychologischen Modell nicht als systematische Varianz angesehen werden. Für eine differential-psychologische Fassung des Modells der subjektiven Urteilsräume kann der KELLYsche Ansatz in Verbindung mit dem generalisierten Satz des Pythagoras als eine in bestimmter Hinsicht (Annahme A4) eingeschränkte Näherung an eine modelladäquate Ähnlichkeitsmessung angesehen werden.

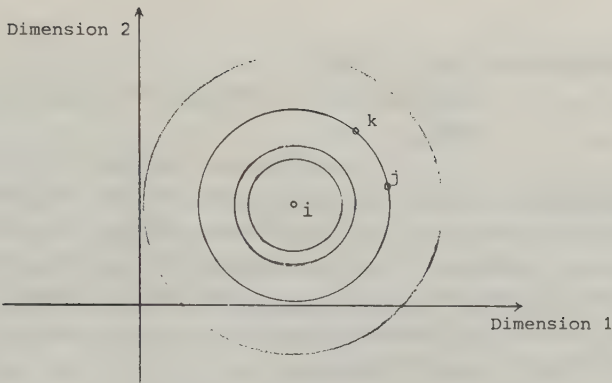


Abb.25: Kurven gleicher Reaktionszeit für Urteile der Form iRj und iRk . R steht hier für eine durch die Versuchsanordnung näher zu definierende Relation (z.B. die Beurteilung der Gleichheit bzw. Unterschiedlichkeit der Reizobjekte in einem Wahrnehmungsexperiment).

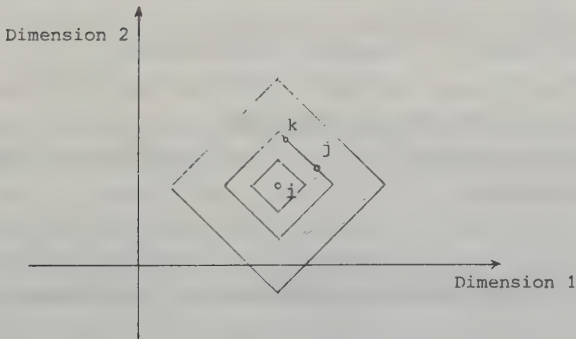


Abb.26: Kurven gleicher Wahrscheinlichkeit für Verwechslungsfehler

$m = 2$ und $p_{ij}^{(r)} = p_{ij}^{(2)}$ einige der vom Modell postulierten Kurven gleicher Reaktionszeit eingezeichnet. Es wird die Funktion

$$t_{ij} = f_m(d_{ij}^{(2)})$$

zugrundegelegt. Dabei steht

t_{ij} für die Latenzzeit der Reaktion
und

f_m für eine monoton fallende Funktion.

Eine ebenfalls monoton fallende Funktion kann beispielsweise für Verwechslungsfehler angenommen werden. Abb.26 gibt die Kurven gleicher Wahrscheinlichkeiten w_{ij} der Verwechslung der Reizobjekte i und j an. Als Beispiel steht ein subjektiver Urteilsraum R_{ak} mit $m = 2$, $n = 3$ und $p_{ij}^{(r)} = p_{ij}^{(1)}$. In Abb.26 wird die Funktion

$$w_{ij} = f_m(d_{ij}^{(1)})$$

postuliert.

Die direkte Verhaltensmessung "Reaktionszeit" ist genau dann modelladäquat, wenn sowohl

1. eine theoretische Verknüpfung mit dem Modell der subjektiven Urteilsräume hergestellt werden kann,
2. die in Postulat 8 eingehenden Eigenschaften von Distanzen (vgl. 4.1) zutreffen, als auch
3. die Gültigkeit von Postulat 9a vorliegt.

Entsprechendes gilt für andere direkte Verhaltensmessungen wie z. B. für "Verwechslungsfehler".

Die Forderungen 2. und 3. sind einer empirischen Überprüfung zugänglich.

6.3.2 Das gemeinsame Auftreten von Reizobjekten

Gemäß Postulat 9a wird die Funktion

$$g_{ij} = f_m(d_{ij}^{(r)})$$

mit g_{ij} = Wahrscheinlichkeit des gemeinsamen Auftretens der Reizobjekte i und j

angenommen. Es gelten die Ausführungen unter 6.3.1.

Durch diese bis heute noch wenig verwendeten Maße besteht die Möglichkeit, das traditionelle Repertoire von Versuchsanordnungen zum Urteilsverhalten wesentlich zu erweitern. Die Anforderung an die Vpn kann im traditionellen Experiment meist durch die Begriffe der Selektion und der Klassifikation (im Sinne von Identifikation) hinreichend beschrieben werden. Gleiches zeigt sich im Definitionsversuch des Urteilsbegriffs bei NEWELL: "The domain of the output - the set of admissible responses - is simple and welldefined prior to the judgment" (NEWELL 1968, S.5). Diese Einschränkung des zulässigen Urteilsverhaltens der Vpn durch vorgegebene Antwortraster kann z. B. auf dem Gebiet der Personenbeurteilung durch Maße des gemeinsamen Auftretens von deskriptiven Merkmalen aufgegeben werden (vgl. dazu 7.2.2).

6.4 Zur Modelladäquatheit der indirekten Verhaltens- messung

Entsprechend den Ausführungen unter 6.2 lassen sich zwei Phasen unterscheiden, um zu einer indirekten Verhaltensmessung zu kommen. Die erste ist die Erstellung eines validen Skalensatzes, die zweite die Anwendung einer Kombinationsregel für die Zusammenfassung der einzelnen Verhaltensmessungen zu einem einzigen als Ähnlichkeitswert interpretierten Maß. Hier summieren sich die unter 6.2 und 6.3 formulierten Annahmen.

Zur Erstellung valider Verhaltensskalen gehen in leicht abzuändernder Form die notwendigen Bedingungen A1 bis A3 unter 6.2.1 und die Forderung 1 unter 6.3.1 ein. Zur Ableitung eines Ähnlichkeitsmaßes gilt sowohl die Einschränkung A4 unter 6.2.1, die unter 6.2.2 getroffene Aus-

sage über die Nicht-Monotonität von PMK und Distanz $d_{ij}^{(r)}$ als auch die Forderung der Gültigkeit des Postulats 9a. Da keine Anwendungen auf dem Gebiet des Urteilsverhaltens bekannt sind und die theoretische Interpretation des hiermit gemessenen undurchsichtig erscheint, sei auf eine eingehendere Darstellung verzichtet. Indirekte Verhaltensmessungen sind wegen der Unsicherheit über die Gültigkeit der genannten Voraussetzungen als inadäquate Operationalisierungen des Ähnlichkeits-Begriffs zu bezeichnen.

6.5 Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden, daß von den in der NMDS-Literatur angegebenen Operationalisierungen des Ähnlichkeits-Begriffs nur einige mit dem Modell der subjektiven Urteilsräume und damit mit der Anwendung der NMDS auf den Gegenstandsbereich "Urteilsverhalten" vereinbar sind. Diese gehören nur den direkten Formen, der direkten Ähnlichkeitsmessung und der direkten Verhaltensmessung an. Als modelladäquat erweisen sich:

1. die Methode der sukzessiven Kategorien,
2. die Methode der Ähnlichkeitsgruppierung und
3. direkte Verhaltensmaße, sofern sie theoretisch begründet sind und die Gültigkeit der Postulate 8 und 9a gesichert ist.

Die Verwendung der abgeleiteten Ähnlichkeitsmaße sowie der unter 6.1 als inadäquate Operationalisierungen bezeichneten direkten Ähnlichkeitsmaße ist unzulässig. Diese Maße implizieren Aussagen (Annahmen) über das Urteilsverhalten der V_{pn} , die nicht mit den Modellpostulaten kongruent sind. Ergebnisse derartiger Anwendungen können theoretisch nicht (eindeutig) interpretiert werden (vgl. Kap.7).

7. IMPLIKATIONEN DES MODELLS DER SUBJEKTIVEN URTEILS- RÄUME FÜR DIE PSYCHOLOGISCHE FORSCHUNG

7.1 Die Funktion des Modells im Hinblick auf die Ziel- setzungen der Messung, Darstellung, Klassifikation, Datenreduktion und Indexkonstruktion

7.1.1 Messung als Ziel

In Kap.1 ist "Messung" als erste von drei Zielsetzungen der NMDS genannt. Es wurde die Aussage getroffen, daß das Beachten der Modellfunktion eine notwendige Bedingung zum Erreichen des Ziels "Messung" ist. Diese Behauptung wird im folgenden begründet.

Es sei zunächst der Begriff "Messung" definiert (vgl. SUPPES & ZINNES 1963, COOMBS, DAWES & TVERSKY 1970):

Ein empirisches Relationssystem (ERS) $\mathcal{A}_1 = \{A_1, R_1, \dots, R_n\}$ wird als durch ein System $\mathcal{A}_2 = \{A_2, D_1, \dots, D_n\}$ re-präsentiert bezeichnet, wenn eine homomorphe bzw. isomorphe Abbildung f von $\mathcal{A}_1$ nach $\mathcal{A}_2$ existiert. Ist das System $\mathcal{A}_2$ ein numerisches Relationssystem (NRS), so heißt diese Repräsentation "Messung".

Diese Definition, die sich auf das Repräsentationstheorem bezieht, ist schärfer und zugleich zweckmäßiger als die Definition von STEVENS (1951, 1968). Nach STEVENS gilt:

"...measurement is the assignment of numerals to objects or events according to rules" und "...numerals can be assigned under different rules." (a.a.O., S.1) Während die Regeln der Zuordnung in der Definition von STEVENS nicht weiter eingeschränkt werden, sind sie in der obigen Definition durch den Begriff der "Repräsentation" fest-

gelegt.

Die Verbindung des Begriffs der "Messung" bei SUPPES & ZINNES zu der in Kap.2 eingeführten Terminologie wird dadurch hergestellt, daß "Messung" und "Artefakt 1. Art" als zwei einander ausschließende Begriffe definiert werden. Entsprechendes gilt für das Vorliegen einer Messung und eines Artefakts 2. Art. Es wird zwar mit einem Artefakt 1. Art ebenfalls etwas "gemessen", möglicherweise auch über eine homomorphe Abbildung, doch geschieht diese homomorphe Abbildung von einem anderen ERS in das FRS als der Experimentator in seiner Interpretation des "Gemessenen" annimmt. Ein Beispiel hierfür wird unter 7.2.1 gegeben. Dort wird gezeigt, daß nicht - wie ROSENBERG & SEDLAK (1972a) es annehmen - die Bedeutungsähnlichkeit von Beschreibungsbegriffen zur Personenbeurteilung auf ein FRS abgebildet wird, sondern zugleich die Verwendungshäufigkeiten dieser Begriffe auf das FRS abgebildet werden.

In Abb.27 ist der Gedankengang, der die in der vorliegenden Arbeit eingeführten Begriffe mit dem Vorgang der Messung verbindet, in Form eines Diagramms dargestellt. Das Vorliegen einer Messung hängt nach ihm davon ab, ob die Kongruenz der Postulate und die Adäquatheit der Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs vorhanden sind. Diese werden über das Modell der subjektiven Urteilsräume bestimmt. Die Berücksichtigung der modellbildenden Funktion der NMDS erweist sich damit als notwendige Voraussetzung für das Erreichen des Forschungsziels "Messung" (in der oben gegebenen Definition).

7.1.2 Darstellung als Ziel

Während die in Kap.1 gegebene Bedeutung der Zielsetzung

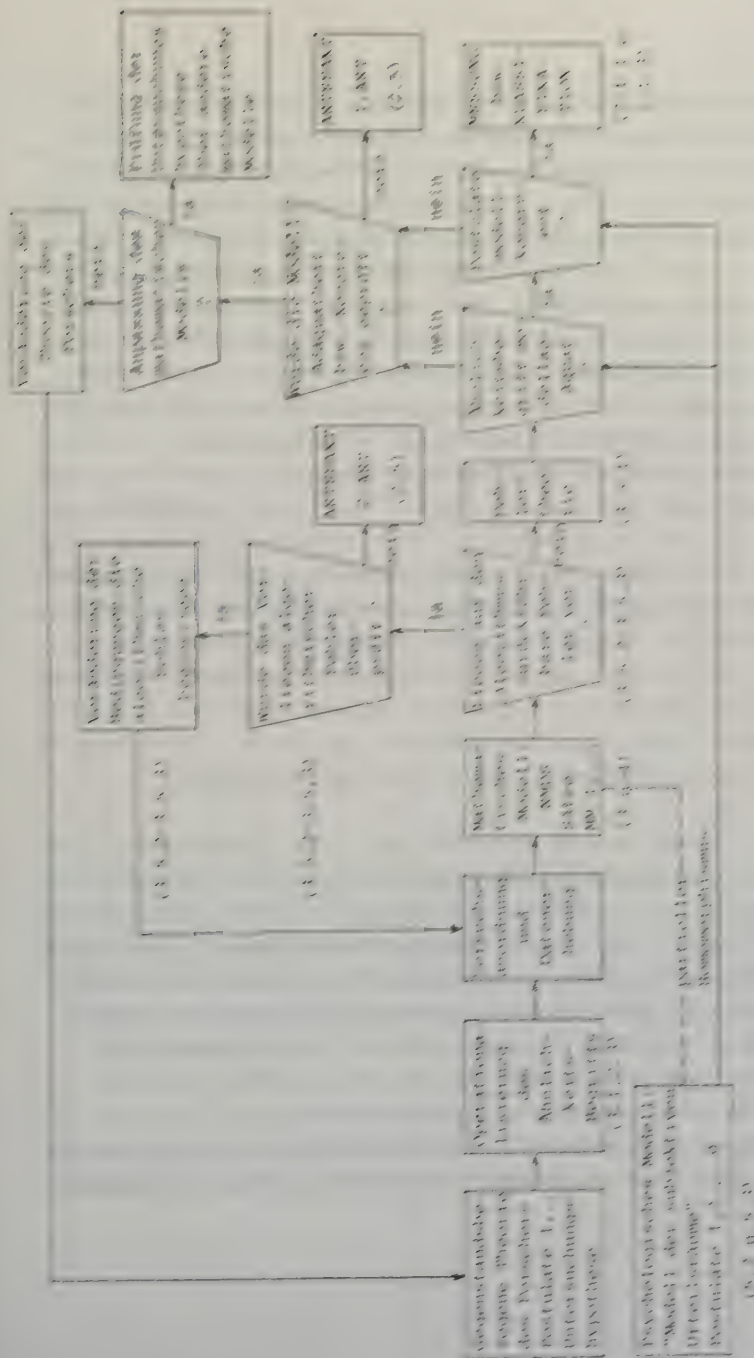


Abb. 1: Diagramm zu den Eitelkretungen "Mergel" und "Nebenmergel". Die Eitelkretungen "Mergel" und "Nebenmergel" weisen auf die entsprechenden Abschnitte, die in Klammern verweisen auf die entsprechenden Abschnitte.

"Darstellung" als von der Modellfunktion unabhängig gesehen wird, gibt es Autoren (z. B. DESSAUER 1958), die den Aspekt der Darstellung als notwendige Bedingung der Modellfunktion eines Systems bezeichnen. Als Beispiel wird in diesem Zusammenhang oft das BOHRsche Atommodell angeführt. Eine derartige Einschränkung des Modellbegriffs erscheint unzweckmäßig, da damit die Vielzahl mathematischer Systeme, die sich - im Gegensatz zu den Minkowski r-Metriken, insbesondere zu den drei "prägnanten" Metriken - nicht anschaulich darstellen lassen, somit nicht als "mathematische Modelle" bezeichnet werden können.

"Darstellung" von Urteilsstrukturen als eigenständige und unabhängige Zielsetzung erweist sich gemäß Abb.27 als theoretisch wenig fruchtbar, da das Auftreten eines Artefakts 1. Art unkontrolliert bleibt. "Darstellung" unter Berücksichtigung der Modellfunktion stellt dagegen eine wichtige Hilfsttechnik zur Interpretation der räumlichen Struktur dar. Die zuletzt genannte Bedeutung von "Darstellung" entspricht dem Begriff der "Veranschaulichung" bei TACK. Veranschaulichung ist "als mögliche, aber nicht notwendige Modellfunktion" (TACK 1969, S.237) zu betrachten.

7.1.3 Klassifikation als Ziel

Der Begriff der Klassifikation ist vieldeutig (vgl. z. B. CATTELL 1957, VOGEL 1975). Nach den Ausführungen unter Postulat 6 sind über zwei Arten von klassifikatorischen Strukturbegriffen Aussagen möglich. Diese sind:

1. die nominale Klasse (vgl. 5.3.6.3) und
2. die Clusterstruktur (vgl. 5.3.6.4).

Entsprechend den Ausführungen unter 7.1.1 und Abb.27 ist das Erreichen des Ziels "Klassifikation" von der Berück-

sichtigung der modellbildenden Funktion der NMDS abhängig. Die Prüfung von Hypothesen über klassifikatorische Urteilsstrukturen, die nicht auf dem mathematischen Modell der Minkowski r -Metrik aufbauen, wie z. B. über die hierarchische Strukturierung eines Begriffsfeldes führt zu einem Artefakt 1. Art (vgl. Abb.27).

Gemäß den Ausführungen unter 3.5.3 können durch den Algorithmus der NMDS sowohl nominale Klassen künstlich erzeugt als auch Clusterstrukturen verdeckt werden. Bei der Prüfung von Hypothesen mit dem Ziel der Klassifikation ist somit auf Artefakte 2. Art unter Berücksichtigung der in 3.5.3 angeführten präventiven diagnostischen Maßnahmen zu achten.

Neben den in Kap.1 bezeichneten Zielsetzungen wird im folgenden auf zwei weitere eingegangen, die allgemein im Kontext dimensionsanalytischer Methoden genannt werden: die Datenreduktion und die Indexbildung.

7.1.4 Datenreduktion und Indexbildung als Ziel

Mit Datenreduktion wird in Anlehnung an das "model of measurement practices" von COOMBS (zit. in COXON 1976) das Ergebnis einer mehrdimensionalen Skalierung bezeichnet, wenn folgende Aussagen zutreffen:

1. Die Gültigkeit der "measurement (behaviour) theory" wird ungeprüft vorausgesetzt, jedoch nicht als gültig angenommen.
2. Die Güte der Anpassung ist hinreichend groß.

Die erste Aussage kennzeichnet eine "Einstellung" des Forschers beim Umgang mit ungeprüften Modellannahmen. Sie sagt nichts darüber aus, ob ein Artefakt 1. Art oder eine

Messung vorliegt. Die zweite Aussage ist ebenfalls sowohl mit einem Artefakt 1. Art als auch mit einer Messung vereinbar (vgl. 3.5.3). Demnach kennzeichnet der Begriff "Datenreduktion" den Zustand der Unsicherheit über das Vorliegen einer Messung oder eines Artefakts 1. Art.

Dem Begriff "Index" wurden viele Bedeutungen zugeordnet. Für manche Autoren steht er synonym für "Messung" (z. B. RILEY 1954, BESOZZI & ZEHNPFENNIG 1974). Bei GALTUNG (1967) wird er als die Abbildung eines n-dimensionalen Variablenraums auf eine eindimensionale Skala verstanden. Diese Auffassung ist eine der gängigsten, sie entspricht am Beispiel der Intelligenzmessung der Zusammenfassung der n Werte in den n Untertests zu einem einzigen IQ-Wert. Die Interpretation des Index als eindimensionales Kontinuum ist von SCHEUCH & ZEHNPFENNIG (1967) zugunsten eines mehrdimensionalen Raumes erweitert worden:

"Unter Indexbildung verstehen wir (a) die Zuordnung eines n-dimensionalen manifesten Eigenschaftsraums zu einem m-dimensionalen, durch einen theoretischen (latenten) Begriff aufgespannten, latenten Eigenschaftsraum ($n \leq m$) und (b) die Reduktion des n-dimensionalen manifesten Eigenschaftsraums auf k Dimensionen ($1 \leq k \leq n$)."

(a.a.O., S.161)

Im "model of measurement practices" von COOMBS (zit. in COXON 1976) wird Indexbildung mit Datenreduktion gleichgesetzt. Nach SCHEUCH & ZEHNPFENNIG besteht ein Unterschied in der Interpretation des Index durch ein theoretisches (latentes) Konstrukt.

Die Bewertung der Indexbildung schließt sich damit den Aussagen über die Datenreduktion an. Die theoretische Fruchtbarkeit dieser Zielsetzungen ist wegen der damit verbundenen Unsicherheit über Artefakte 1. Art fragwürdig.

Die geringe Fruchtbarkeit dieses theoriearmen

methodischen Vorgehens spiegelt sich in den Ausführungen von BONJEAN, HILL & McLEMORE über die Indexflut in einem anderen inhaltlichen und methodischen Kontext wider: "Symptomatisch hierfür ist z. B., daß die überwiegende Mehrzahl von fast 2100 in vier führenden Soziologie-Zeitschriften publizierten Skalen und Indizes (1954 - 1965) nur einmal, in weniger als 30% der Fälle mehr als einmal und nur zu 2% mehr als fünfmal angewandt wurden." (BONJEAN, HILL & McLEMORE 1967, zit. nach SCHEUCH & ZEHN-PFENNIG 1967, S.160)

7.2 Exemplarische Darstellung inhaltlicher Implikationen

Die Darstellung der inhaltlichen Implikationen für die psychologische Forschung kann nur exemplarisch geschehen. Sie wird hier an einer empirischen Untersuchung und an einem Forschungsprogramm zum Urteilsverhalten erfolgen. Über das Modell der subjektiven Urteilsräume kann in der vorliegenden Arbeit erstmals nachgewiesen werden, daß das Ergebnis der Studie von ROSENBERG & SEDLAK (1972a) ein Artefakt 1. Art beinhaltet. Durch die Anwendung des Modells auf das Forschungsprogramm, das sich im Anschluß an das von CRONBACH (1955) eingeführte Konstrukt "implizite Persönlichkeitstheorie" entwickelt hat, wird eine annahmekritische und konstruktive Neubearbeitung dieses Forschungsprogramms aus der Sicht des Modells der subjektiven Urteilsräume durchgeführt.

7.2.1 Zur Studie von ROSENBERG & SEDLAK: Der Nachweis eines Artefakts 1. Art

In dem von SHEPARD, ROMNEY & NERLOVE (1972) herausgegebenen zweibändigen Standardwerk "Multidimensional Scaling. Theory and Applications in the Behavioral Sciences" findet sich eine Studie zur Personenbeurteilung von ROSENBERG & SEDLAK. Unter dem Titel "Structural Representations of Perceived Personality Trait Relationships" gehen die Autoren mit einem vielversprechenden neuen Ansatz eine "alte" Fragestellung an. In der Terminologie der vorliegenden Arbeit ausgedrückt, besteht das "Neue" darin, daß zur Konstruktion eines subjektiven Urteilsraums R_{ak} der Ähnlichkeits-Begriff über eine direkte Verhaltensmessung operationalisiert wird. Das direkte Verhaltensmaß ist eine Funktion des gemeinsamen Auftretens der Merkmale bei der Beschreibung von Personen. Das "Vielversprechende" wird gekennzeichnet durch den Übergang von sowohl restriktiven Versuchsanordnungen zur Personenbeurteilung (z. B. ROSENBERG, NELSON & VIVEKANANTHAN 1968), als auch nicht modelladäquaten abgeleiteten Ähnlichkeitsmaßen (z. B. ROSENBERG & OLSHAN 1970) zu einer Versuchsanordnung, die anstelle vorgegebener Antwortskalen eine freie Personenbeschreibung erlaubt.

7.2.1.1 Beschreibung der Untersuchung

Der Urteilkontext wurde von den Autoren durch die folgende Instruktion für die Vpn hergestellt:

"The purpose of the study is to find out what traits you use to describe people whom you know or have heard about. First of all, think of five people whom you know rather

well. Try to draw these people from different aspects of your life. Then describe each of these people as accurately as possible using a simple list (words or short phrases) of traits. Next, think of five people whom you know mainly or wholly by reputation. Describe them in the same fashion. For each of the ten descriptions, try to include at least five adjectives, and use as many as necessary. Pick some people whom you like, some who you dislike and some about whom you are ambivalent. We are not interested in a description of their physical features." (ROSENBERG & SEDLAK 1972a, S.148f.)

Für die 80 am häufigsten verwendeten Beschreibungsmerkmale wurden $\binom{80}{2}$ "co-occurrence"-Maße bestimmt:⁹⁷

"A disagreement score between traits i and j was first obtained for each subject in the study. A subject l 's disagreement score between traits i and j was defined as follows:

$$s_{ijl} = \frac{\sum_{p=1}^m f_p(r_{il}, r_{jl})}{m} \quad (1)$$

where m is the number of persons described by the subject (generally 10 in the study), r_{il} and r_{jl} are the number of times he used i and j , respectively, in all m descriptions, and p is an index for the person being described. If i and j never co-occur in any of the m persons described by l , then $s_{ijl} = 1$. If i and j co-occur in at least one person, then

$$f_p = \begin{cases} 0 & \text{if neither } i \text{ nor } j \text{ occur in } p \\ 1 & \text{if either } i \text{ or } j \text{ but not both occur in } p \\ \left| \frac{1}{r_{il}} - \frac{1}{r_{jl}} \right| & \text{if both } i \text{ and } j \text{ occur in } p \end{cases}$$

⁹⁷ Die Zahl 80 entspricht der oberen Kapazitätsgrenze des von den Autoren verwendeten NMDS-Programms.

The s_{ij} value was defined as the average of all s_{ijl} values. That is,

$$s_{ij} = \sum_{l=1}^N s_{ijl} / N \quad (2)$$

where N is the number of subjects." (a.a.O., S.153)⁹⁸

Das Unähnlichkeitsmaß δ_{ij} ist in Anlehnung an ROSENBERG, NELSON & VIVEKANANTHAN (1968) definiert:

$$\delta_{ij} = \sum_{k \in T} (s_{ik} - s_{jk})^2 \quad (3)$$

wobei T die Menge der "traits" ist.

Abb.28 zeigt die zweidimensionale Struktur der "wahrgenommenen Zusammenhänge zwischen Persönlichkeitszügen".

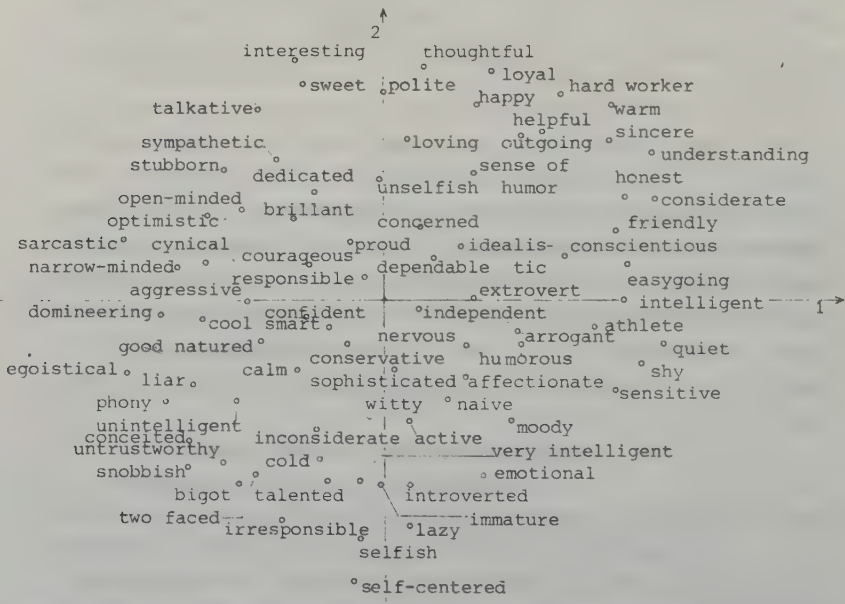


Abb.28: Zweidimensionale Konfiguration der 80 Persönlichkeitsmerkmale nach ROSENBERG & SEDLAK (1972a, S.158)

⁹⁸ In einer weiteren, im wesentlichen identischen Veröffentlichung

7.2.1.2 Die inadäquate Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs

Die Autoren haben das Basismodell der NMDS auf den Bereich des Urteilsverhaltens angewendet. Daher ist es möglich, die Adäquatheit der oben gegebenen Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs bei ROSENBERG & SEDLAK über die Postulate des Modells der subjektiven Urteilsräume zu entscheiden.

Als Voraussetzung für adäquate Maße des gemeinsamen Auftretens ("co-occurrence") ist unter 6.3 die Herstellung eines theoretischen Bezugs sowie die Gültigkeit der Postulate 8 und 9a genannt.

ROSENBERG & SEDLAK stellen den theoretischen Bezug her, indem sie davon ausgehen, daß Persönlichkeitsmerkmale umso häufiger gemeinsam bei der Beschreibung von Personen verwendet werden, je stärker die "Zusammenhangskognitionen" der Merkmale ("perceived personality trait relationships") sind. Sie führen diesen Gedanken nicht weiter aus. Eine darauf aufbauende Theorie über Urteilsverhalten wird nicht herausgearbeitet.

Aus Postulat 9a folgt, daß zwischen den Zusammenhangskognitionen, die im Kontext der Personenbeurteilung die inhaltliche Entsprechung des Ähnlichkeits-Begriffs darstellen,⁹⁹ und der Operationalisierung über das Maß s_{ij}

lichung (ROSENBERG & SEDLAK 1972b) verwenden die Autoren einen unterschiedlichen Koeffizienten, den sie nicht explizieren, sondern lediglich auf eine unveröffentlichte Arbeit von SEDLAK (1971) verweisen. Über die Modelladäquatheit dieser Operationalisierung kann daher nichts ausgesagt werden. Doch zeigt diese zweite Veröffentlichung, daß der Stress S mit der Verwendung des nicht angegebenen alternativen Koeffizienten sogar leicht ansteigt.

⁹⁹ Es sind auch die Begriffe "Bedeutungsähnlichkeit" und "perzeptierte Zusammenhänge" (KEIL 1970) von Persönlichkeitsmerkmalen vorgeschlagen worden.

(bzw. δ_{ij}) eine monotone Beziehung besteht.

Anhand Abb.29 läßt sich am Beispiel von vier Eigenschaftsbegriffen die zugrundeliegende theoretische Vorstellung veranschaulichen. Bei Eigenschaften, die eine kleine Distanz voneinander und damit große Ähnlichkeit haben, liegen starke Zusammenhangskognitionen vor.

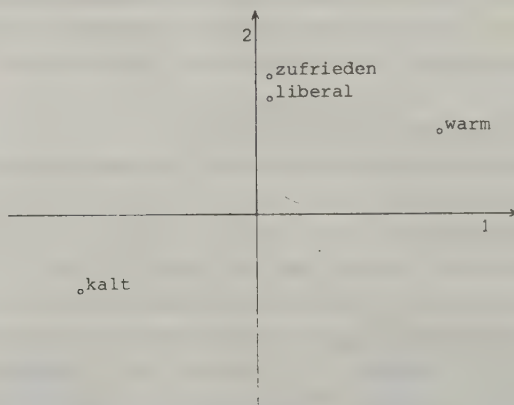


Abb.29: Modell eines subjektiven Urteilsraums R_{ak} zur Personenbeurteilung. Eingezeichnet sind vier Beschreibungsmerkmale.

Zwischen den Distanzen, die die Stärke der Zusammenhangskognitionen repräsentieren, und dem Maß des gemeinsamen Auftretens als Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs besteht nach Postulat 9a eine monotone Beziehung. Da die Maße s_{ij} und δ_{ij} als "disagreement score" (vgl. 7.2.1.1), also als Maß des nicht gemeinsamen Auftretens definiert sind, ergibt sich die Forderung (4) für eine adäquate Operationalisierung:

$$s_{ij} = f_m(d_{ij}) \quad (4)$$

Entsprechendes gilt für δ_{ij} .

Durch die folgenden Überlegungen wird zunächst exemplarisch, dann allgemein gezeigt werden, daß die Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs durch s_{ij} und δ_{ij} mit dem aus Postulat 9a abgeleiteten Satz (4) im Widerspruch steht.

In der freien Personenbeschreibung variieren die Häufigkeiten, mit denen verschiedene Beschreibungsmerkmale verwendet werden, beträchtlich. Die Häufigkeiten der 80 Merkmale streuten in der zitierten Untersuchung in einem Bereich zwischen 10 und 143. Unter Berücksichtigung unterschiedlicher Häufigkeiten sei für die in Abb.29 eingeführten vier Beschreibungsmerkmale angenommen, die Person 1¹⁰⁰ habe in ihren zehn Personenbeschreibungen

10mal "zufrieden",

4mal "liberal" und

je 2mal "warm" und "kalt"

gebraucht. "Liberal" (=1) sei dabei immer zusammen mit "zufrieden" (=2) verwendet worden, "warm" (=3) und "kalt" (=4) dagegen seien nie zusammen aufgetreten.

Aus Gleichung (4) folgt die Forderung (5), die durch eine adäquate Operationalisierung erfüllt werden muß:

$$s_{12} < s_{34} \quad (5)$$

Aus der Definition von s_{ij1} (vgl. (1) unter 7.2.1.1) ergibt sich für das oben konstruierte Beispiel:

$$s_{121} = (1+1+1+1+1+4 \cdot \frac{1}{10} - \frac{1}{4}) / 10 = .66$$

$$s_{341} = (1+1+1+1+6 \cdot 0) / 10 = .40$$

Es folgt: $s_{121} > s_{341}$

¹⁰⁰Die Ausführungen erfolgen in der unter 7.2.1.1 eingeführten Nomenklatur von ROSENBERG & SEDLAK.

Betrachtet man die V_p 1 als mittlere V_p , so gilt nach (2):

$$s_{12} > s_{34} \quad (6)$$

Die Ungleichung (6) steht mit der aus Postulat 9a abgeleiteten Ungleichung (5) im Widerspruch.

Die Verletzung der Monotonitätsbedingung durch das Maß s_{ij} gilt darüberhinaus für das unter (3) definierte Maß δ_{ij} , das zur Berücksichtigung der Verwendung von Synonyma, die ja eher alternativ als gemeinsam verwendet werden, eingeführt wurde.¹⁰¹

Das läßt sich wie folgt zeigen:

$$\delta_{ij} = \sum_{k \in T} (s_{ik} - s_{jk})^2 \quad (6) \text{ (ist mit (3) identisch)}$$

$$s_{ij} \neq f_m(d_{ij}) \quad (7) \text{ (aus (4), (5) und (6))}$$

$$(s_{ik} - s_{jk}) \neq f_m(d_{ij}) \quad (8) \text{ (folgt aus (7))}$$

$$(s_{ik} - s_{jk})^2 \neq f_m(d_{ij}) \quad (9) \text{ (folgt aus (8))}$$

$$\sum_{k \in T} (s_{ik} - s_{jk})^2 \neq f_m(d_{ij}) \quad (10) \text{ (folgt aus (9))}$$

¹⁰¹ Betrachtet man Formel (3) bzw. (6) genauer, so wird deutlich, daß sie das Synonyma-Problem zwar elegant, jedoch nur unter der Annahme gleicher Verwendungshäufigkeiten der sinnverwandten Merkmale löst. Faßt man "Synonymie" zweier Begriffe i und j nicht als dichotome sondern als quantitative Variable auf, so läßt sie sich operational als der Anteil aller Personen (allgemein: aller Sätze) bestimmen, in denen i durch j und j durch i substituiert werden können. Eine hiervon abweichende operationale Definition ist unter (3) gegeben. Dort liegt Synonymie vor, wenn zwei Begriffe i und j mit allen dritten Begriffen k gleiche Auftretenshäufigkeiten haben. Beide Definitionen stimmen genau dann überein, wenn i und j mit allen k gleich häufig auftreten. Eine Gleichverteilung der Häufigkeiten liegt bei ROSENBERG & SEDLAK (1952, S.151f.) nicht vor.

Aus (6) und (10) ergibt sich schließlich:

$$\delta_{ij} \neq f_m(d_{ij})$$

Damit ist der Nachweis geführt worden, daß die von ROSENBERG & SEDLAK verwendeten Koeffizienten s_{ij} und δ_{ij} die in Postulat 9a enthaltene Monotonitätsforderung nicht erfüllen.

Die beiden Operationalisierungen genügen der Monotonität nur unter der Nebenbedingung

$$r_1 = r_2 = \dots = r_i = r_j = \dots$$

Die Gültigkeit der Nebenbedingung wird durch die Versuchsanordnung offen gelassen und liegt nach den Häufigkeitsverteilungen bei ROSENBERG & SEDLAK (1972a) und GIGERENZER (1976) nicht vor.

Der Betrag von s_{ij} hängt im wesentlichen von der Anzahl der Fälle

$$f_p = 1 \text{ (vgl. (1) unter 7.2.1.1)}$$

ab. Derartige Fälle werden allein durch unterschiedliche Häufigkeiten r_i und r_j bedingt.

Der hier beschriebene Sachverhalt läßt sich in der in Kap.2 eingeführten Terminologie folgendermaßen darstellen:

Ziel der Untersuchung war, ein ERS, das aus einer Objektmenge mit 80 Persönlichkeitsmerkmalen und der zweistelligen Relation "Zusammenhangskognition" besteht, auf ein FRS abzubilden. Gleichzeitig wurde jedoch - von den Autoren unbemerkt - ein zweites ERS, das dieselbe Objektmenge und die Relation "Differenz der Häufigkeiten in der Begriffsverwendung" enthält, auf das FRS abgebildet.

Die Strukturierung des Urteilsraums von ROSENBERG & SED-LAK (Abb.28) durch die Relation "Differenz der Häufigkeiten" ist in Abb.30 aufgezeigt.

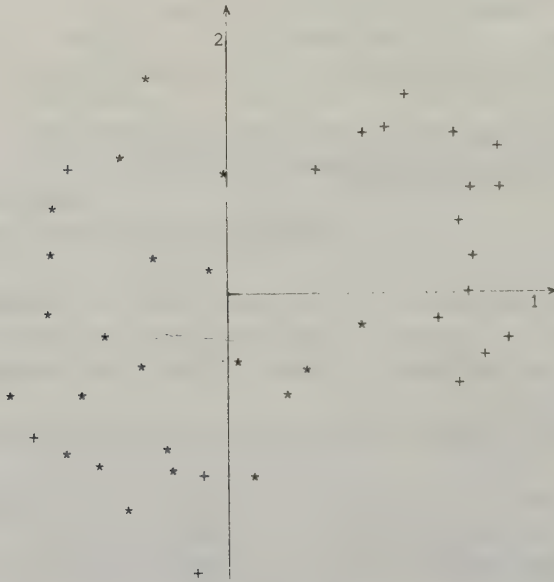


Abb.30: Strukturierung der Konfiguration in Abb.28 durch die Dimension "Häufigkeit in der Begriffsverwendung". Eingetragen sind durch "+" die Beschreibungsbegriffe mit den größten ($143 \geq r_i \geq 25$) und durch "*" die mit den kleinsten Auftretenshäufigkeiten ($12 \geq r_i \geq 10$).

Obgleich die Anpassungsgüte der zweidimensionalen Konfiguration in Abb.28 bei einem Stress $S = .30$ nicht hoch ist (vgl. 3.5.1), ist die Differenzierung der Beschreibungsbegriffe zur Personenbeurteilung nach ihren Häufig-

keiten klar zu erkennen.¹⁰²

Über das Modell der subjektiven Urteilsräume konnte gezeigt werden, daß das Ergebnis der Studie von ROSENBERG & SEDLAK (1972a) durch die inadäquate Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs ein Artefakt 1. Art darstellt. Die bis zu der vorliegenden Arbeit unkritisierte, jedoch vielzitierte Untersuchung zur Personenbeurteilung demonstriert damit beispielhaft die Notwendigkeit der Beachtung der modellbildenden Funktion der NMDS.

7.2.2 Zu CRONBACHs Definition der "impliziten Persönlichkeitstheorie": eine Neubearbeitung der Konzeption durch das Modell der subjektiven Urteilsräume

7.2.2.1 Einführung

Der Begriff "naive, implicate personality theory" wurde von BRUNER & TAGIURI (1954) in dem ersten umfassenden Bericht über die Untersuchungen zur Personenwahrnehmung ein-

¹⁰² Es ist denkbar, daß das Artefakt noch deutlicher ausfallen würde, wenn nicht ein Zusammenhang zwischen der Dimension "Häufigkeit r_i " und der "globalen Bewertung" der Persönlichkeitsmerkmale i bestünde. Dieser Zusammenhang zeigt sich nach Durchsicht der Häufigkeitstabelle (a.a.O., S.151f.). Er besteht darin, daß im allgemeinen positiv bewertete Begriffe häufiger zur Personenbeurteilung verwendet werden als negativ bewertete. Die Strukturierung der Merkmale nach der Dimension "Häufigkeit" in Abb.28 und 30 wirkt sich demnach mit einem unbekannten Anteil in Richtung einer Strukturierung durch eine globale Urteilsdimension "positive vs. negative Bewertung" aus.

geführt. Zwei Forschungsrichtungen gehen dem hypothetischen Konstrukt voraus. Die erste hat die Untersuchung von systematischen Urteilstendenzen, die aus der Sicht der Persönlichkeitspsychologie auch als "systematische Urteilsfehler" interpretiert werden, zum Gegenstand (vgl. CLINE 1964, GUILFORD 1964, S.139ff, HERRMANN 1969, S.167ff). Sie geht auf die in den Arbeiten von THORNDIKE (1920) und NEWCOMB (1931) festgehaltene Beobachtung zurück, daß die Vpn im allgemeinen Zusammenhänge zwischen Eigenschaften überschätzen. Die zweite Forschungsrichtung befaßt sich mit der Untersuchung von individuellen Differenzen bei den Beurteilern. Hierzu gehört z. B. die Entwicklung der Persönlichkeitsmessung sowie die "personal construct theory" von KELLY (1955).

CRONBACH veröffentlichte 1955 eine Arbeit, in der er die verschiedenen Quellen der Urteilsvarianz explizierte, die in Untersuchungen zum "understanding of others" eingehen. "It took the mathematically sophisticated members to make a clear analysis of the factors involved, and such work has appeared only recently. Such developments as CRONBACH's 1955 analysis of accuracy scores into components, plus the impatience of several writers with studies emphasizing veridical achievement, are turning the tide in the direction of analysis of process." (TAGIURI 1958, S. XVI)

Am Ende der erwähnten Arbeit gibt CRONBACH eine Definition der "implicit theory of personality":

"We turn now to an aspect of social perception data which may prove to be particularly significant. When a Judge describes or makes predictions for a large number of Os, these predictions define a distribution of points in the variate space. This distribution may be regarded as a description of the generalized O, representing J's view of

both central tendency and individual differences. The J's generalized perception may be an important indicator of his expectations regarding Os.... The J's distribution is to be examined in terms of the means, variances and covariances of the predictions. The mean may be regarded as J's stereotype; if the mean O in his descriptions is 'hostile', for example, this may be highly significant. The variance or assumed dispersion on a variate indicates J's tendency to differentiate along this dimension. The covariate is interpreted as indicating the relation J expects to find among variates. A given J may customarily report the same person as high on both 'quietness' and 'shyness' for instance; or on both 'ambition' and 'selfishness'. These aspects of the distribution reveal J's view of Os and the connotation of personality traits for him. We suggest, that these means, variances, and covariances describe J's implicit theory of personality." (CRONBACH 1955, S.186)¹⁰³

Während die ersten beiden Aspekte der CRONBACHschen Definition in den daran anschließenden empirischen Untersuchungen unberücksichtigt blieben,¹⁰⁴ wurde der Begriff "implizite Persönlichkeitstheorie (IPT)" in konsequenter Weiterführung des dritten CRONBACHschen Aspekts als die (reduzierte) Faktorenstruktur der Korrelationsmatrix der Eigenschaftsskalen ("predictions") definiert (vgl. z. B. TODD & RAPOPORT 1964, COHEN 1969, HOFER 1969, 1970, 1975, KEIL 1970).

Parallel dazu wurden in einer Vielzahl empirischer Unter-

¹⁰³Die drei CRONBACHschen Aspekte sind nicht vollständig paarweise voneinander unabhängig, da die Größe der Varianzen auf die Größe der Kovarianzen Einfluß hat.

¹⁰⁴Die meines Wissens einzige Ausnahme ist die Arbeit von GROSS (1961) zur Intrabeurteilerkonsistenz.

suchungen alternative operationale Definitionen des Begriffs der IPT gegeben (ein Überblick ist zu finden bei ROSENBERG & SEDLAK 1972a,b, SCHNEIDER 1973). Die Variabilität in der Zusammensetzung verschiedener Versuchsanordnungen, Ähnlichkeitsmessungen und Skalierungsmodelle zu Untersuchungsplänen ist unüberschaubar: "The sophistication of methods is greater than the sophistication of the substantive questions." (SCHNEIDER 1973, S.307)

Auf eine Darstellung der Methoden und Ergebnisse der empirischen Forschung zur IPT sei hier verzichtet. Ausführliche, jedoch aus dem Blickwinkel der vorliegenden Arbeit unkritische, d. h. die modellbildende Funktion der Methoden nicht reflektierende Übersichten finden sich bei ROSENBERG & SEDLAK (1972a,b), SCHNEIDER (1973), ULICH & MERTENS (1973) sowie in Unterrichtswissenschaft 1975,2.

7.2.2.2 Explizierung der psychologischen Annahmen

Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die im Anschluß an CRONBACH (1955) eingeführte Definition der IPT als "Faktorenstruktur der Korrelationsmatrix von n bipolaren Eigenschaftsskalen" (vgl. SCHNEIDER 1973).

Der zugehörige Untersuchungsplan enthält folgende wesentliche Komponenten:

N Vpn beurteilen p Personen auf n bipolaren Skalen. Die Aufgabeninstruktion wird innerhalb einer Versuchsanordnung k gegeben. Es gilt: $N \subset M$, $p \subset Q$ und $a \subset A$ mit n als Kardinalzahl von a. Dabei sind N und Q Populationen von Personen, in denen die N Vpn bzw. p beurteilten Personen als echte Teilmengen enthalten sind. A steht für eine Population von Merkmalen zur Personenbeschreibung, die a

als echte Teilmenge enthält. Die Anzahl der Skalen in a beträgt n . Die Urteile der N Vpn sind als $(N \times p \times n)$ -Matrix in Form eines dreidimensionalen Datenquaders darstellbar. Die daraus berechnete $(n \times n)$ -Matrix der PMK wird faktoranalytisch und die reduzierte Faktorenlösung nach Einfachstruktur (VARIMAX) rotiert. Die durch das Rotationskriterium bestimmten m Faktoren werden als das "System von Urteilsdimensionen der Population P zur Beurteilung der Population Q " interpretiert (vgl. z. B. NORMAN & PASSINI 1966, KEIL 1970, HOFER 1969, 1975, SCHNEIDER 1973).

Im folgenden sei für dieses Untersuchungsparadigma das vollständige System der dabei eingehenden Annahmen expliziert.¹⁰⁵ Diese Annahmen sind durch die Unsicherheit bezüglich der Übereinstimmung von Versuchsanordnung, mathematischem Modell und dem Urteilsverhalten der Vpn notwendig.

Annahme A1: Die N Vpn sind eine Zufallsstichprobe aus einer definierten Beurteilerpopulation M .

Diese erste Annahme ist zur Zulässigkeit der Generalisierung einer Aussage über die IPT der N Vpn auf die IPT der Beurteilerpopulation P notwendig. Sie braucht im vorliegenden Kontext nicht weiter ausgeführt zu werden.

Annahme A2: Die Population M (und damit die Stichprobe der N Vpn) ist homogen hinsichtlich ihrer IPT in Bezug auf die Population Q .

Die zweite Annahme behauptet die Gültigkeit eines allge-

¹⁰⁵ Der Begriff "Annahme" bezeichnet die Voraussetzungen, die aufgrund des oben ausgeführten Untersuchungsplans notwendig sind, um eine Interpretation des Skalierungsergebnisses als "das System von Urteilsdimensionen der Population P zur Beurteilung der Population Q " zu rechtfertigen.

meinspsychologischen Modells zur IPT gegenüber einer differentialpsychologischen Formulierung. Sie wird in einigen Arbeiten zur IPT über die "points-of-view-analysis" von TUCKER & MESSICK (1963) überprüft (z. B. WALTERS & JACKSON 1966, MESSICK & KOGAN 1966). Während die Überprüfung der Annahme in den genannten Arbeiten negativ ausfällt, ist sie im Kontext der Schülerbeurteilung bei HOFER (1969) bestätigt worden. Diese Ergebnisse müssen jedoch hinsichtlich ihrer Validität erneut überprüft werden, da das "points-of-view"-Modell von TUCKER & MESSICK das Zutreffen der nachstehenden metrischen Annahmen über das Urteilsverhalten der Vpn wiederum voraussetzt.

Annahme A3: Die p beurteilten Personen sind repräsentativ für die Population Q.

Die theoretische Funktion dieser Annahme für eine Generalisierung der Untersuchungsergebnisse braucht nicht weiter ausgeführt zu werden. In der Forschungspraxis zur Personenbeurteilung wird sie jedoch oft nicht expliziert und kontrolliert (z. B. HOFER 1969, 1970).

Annahme A4: A sei die Menge der Urteilsgesichtspunkte, die die (unbekannte) IPT der Population M in Bezug auf Q enthält. Da a nur adjektivische Skalen enthält, ist vorauszusetzen: der adjektivische Beschreibungsmodus repräsentiert die IPT der Population M beim Urteil über Q hinreichend.

Wie auch A2 ist A4 eine empirisch prüfbare Aussage. In der sorgfältigen Zusammenstellung und Diskussion der Literatur zur IPT bei SCHNEIDER (1973) findet sich kein Hinweis für die Explikation und Sicherung dieser Annahme. GIGERENZER fand hierzu bei einer Analyse von 480 freisprachlichen Personenbeschreibungen das in Tab.9 wieder-

gegebene Verhältnis zwischen adjektivischen und komplexen nicht adjektivischen Beschreibungsmodi.

	insgesamt (nach Aussonderung morphologischer BEs)	adjektivischer Beschreibungsmodus	adverbialer und personen- bzw. situationsbezogener Beschreibungsmodus
absolute Häufigkeit der Beschreibungseinheiten (BE)	3.932	2.871	1.061
prozentuale Häufigkeit der BEs	100%	73,1%	26,9%

Tab.9: Häufigkeit der Verwendung des adjektivischen gegenüber komplexen nicht adjektivischen Beschreibungsmodi in 480 freien Personenbeschreibungen von 40 Studenten.
Beurteilte Personen waren für jede der N = 40 Vpn n = 12 "konkrete Personen aus dem täglichen Leben" bei variiertem Bekanntheitsgrad, Alter, Geschlecht und Beruf.
Der Begriff der "Beschreibungseinheit" ist bei ROSENBERG & JONES (1972) definiert.

Die Häufigkeitsverteilung zeigt, daß zwar als überwiegender Beschreibungsmodus der adjektivische vorliegt, jedoch in über 1/4 der Fälle komplexere Modi verwendet wurden. Die interindividuelle Variabilität der Beschreibungsmodi liegt dabei deutlich höher als die intraindividuelle Variabilität. Dies läßt die Annahme einer Wechselwirkung mit A2 zu.

Annahme A5: Die durch den V1 vorgegebene Bipolarität in den n Skalen ist insofern sinnvoll als
a) Urteile auf bipolaren Skalen dem Urteil der Population M in Bezug auf Q entsprechen und

b) die vom V1 konstruierten lexikalischen Gegensätze den kognizierten Gegensätzen der Population M beim Urteil über Q entsprechen.

Die Verwendung bipolarer Skalen kann theoretisch durch den Bezug auf eine entsprechende Persönlichkeitstheorie (z. B. WELLEK und KELLY) begründet werden. Die empirischen Untersuchungen von GREEN & GOLDFRIED (1965) zeigen die Schwächen dieser Annahme. In Abhängigkeit der beurteilten Objekte korrelierten lexikalisch konstruierte Gegensätze sehr gering negativ bis positiv. So korrelierten z. B. in Bezug auf das Konzept "sin" die Adjektive "pleasant" und "unpleasant" mit $r = +.39$.

Erstaunlich niedrige Korrelationen zwischen den Polen zehn bipolarer Skalen von HOFSTÄTTER hat vor kurzem HAWEL (1977) berichtet und sie als Nicht-Bestätigung der Bipolaritätsannahme (A5 b)) interpretiert. HAWEL hat aus den 10 bipolaren Skalen 20 unipolare konstruiert, auf denen 8 Konzepte von den Vpn beurteilt wurden. Die PMK wurde zwischen je 2 "gegensätzlichen" unipolaren Skalen über die so erhaltenen Urteilsdaten berechnet. Da er jedoch keine ipsative Standardisierung vorgenommen hat, ist die PMK ein inadäquates mathematisches Modell, denn neben der Bedeutungsähnlichkeit gibt sie die Unterschiedlichkeit der Mittelwerte und Streuungen (die ersten beiden CRONBACHschen Aspekte) zwischen den Vpn wieder. Je größer diese Unterschiede zwischen den Vpn sind, desto kleiner wird die PMK. Damit sind die außerordentlich niedrigen PMKs m. E. auf eine mangelnde Berücksichtigung der Modellfunktion der PMK zurückzuführen und die Ergebnisse nicht als Nicht-Bestätigung der Bipolaritätsannahme zu interpretieren, sondern als Artefakt 1. Art zu bezeichnen.

Annahme A6: Die Menge a ist repräsentativ in Bezug auf A.

Eine empirische Überprüfung dieser Annahme ist schwer vorstellbar. Ihre Gültigkeit soll in der Regel durch eine theoretische Vorauswahl durch den V1 bzw. "Experten" gewährleistet werden (vgl. z. B. HOFER 1969, S.30ff)

Annahme A7: Die Anzahl n von a beeinflusst die abzubildende Struktur des Untersuchungsgegenstandes IPT nicht oder nicht wesentlich.

Die Nicht-Gültigkeit dieser Aussage ist, besonders für kleines n , bekannt: "Korreliert man die Zahl der vorgegebenen Eigenschaften mit der Zahl der extrahierten Faktoren von 9 Untersuchungen zur IPT, so ergibt sich eine Rangkorrelation von 0.9" (HOFER 1969, S.86).

Annahme A8: Die Versuchsanordnung k beeinflusst die abzubildende Struktur des Untersuchungsgegenstandes IPT nicht oder nicht wesentlich.

Im Gegensatz dazu stehen die Ausführungen unter 5.3.3 und 5.3.8.2.

Für die Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs über die PMK werden folgende weitere Annahmen notwendig:

Annahme A9: Das Urteil der Population M über Q besitzt das Informationsniveau einer Intervallskala.

Bei Urteilen kann nach den Ausführungen unter 5.3.9.1 angenommen werden, daß die V_{pn} reliabel ordinale Urteile abgeben. Die psychologische Begründung für die Interpretation von Urteilsdaten als Information auf Intervallskalenniveau steht aus.

Annahme A10: In das Urteil gehen nur lineare Zusammenhänge der Beschreibungsmerkmale ein.

Durch die Verwendung der PMK als Modell für angenommene Eigenschaftszusammenhänge muß die Annahme getroffen werden, daß letztere dem linearen je-desto-Muster entsprechen. Dieses Modell läßt nur Zusammenhänge der Art "je

kontaktfreudiger Personen sind, desto linear beliebter sind sie" und nicht komplexe Zusammenhangsvorstellungen wie "sehr kontaktfreudige und sehr wenig kontaktfreudige Personen sind unbeliebt, am beliebtesten sind Personen mit mittlerer Kontaktfreudigkeit" zu. A10 ist empirisch über das Scatter-Diagramm je zweier Skalen überprüfbar.

Annahme A11: Die Verteilungen der Urteile auf den n Skalen sind homogen.

In welchem Maße die Verschiedenheit der Marginalverteilungen zu einer Einschränkung des Wertebereichs der PMK führt, zeigt z. B. CARROLL (1961). Die Folge einer Verkleinerung der absoluten Beträge der PMK ist eine künstliche Erhöhung der Anzahl m der Dimensionen.

Annahme A12: Die unterschiedlichen Mittelwerte der bipolaren Skalen enthalten keine problemrelevante Information.

Am Beispiel der Untersuchung von PEABODY (vgl. 2.4) ist gezeigt worden, wie eine unzutreffende und nicht explizierte A12 zu einem Artefakt 1. Art führt.

Annahme A13: Die unterschiedlichen Varianzen der bipolaren Skalen enthalten keine problemrelevante Information.

In Abhängigkeit der Unterschiedlichkeit der Varianzen unterscheidet sich das Ergebnis der Faktorisierung einer Kovarianzmatrix S von dem der zugeordneten Korrelationsmatrix R . Der Übergang von S zu R muß daher theoretisch begründet werden. Die Begründung geht üblicherweise auf die Angleichung willkürlicher Maßstäbe hinaus. Bei Einschätzskalen sind jedoch die Wertebereiche für alle Skalen bereits als gleich vorgegeben, und es erscheint im Sinne des zweiten CRONBACHschen Aspekts sinnvoll, Differenzen in den Varianzen als weiter zu verarbeitende Information aufzufassen und nicht durch eine zweite Standardisierung wie-

der verschwinden zu lassen. So kann beispielsweise argumentiert werden, daß Variablen mit großen Varianzen, also großer Urteilsdifferenzierung, mehr Gewicht in Bezug auf den Urteilsgegenstand zukommt als Variablen mit kleinen Varianzen.

Die folgende Annahmengruppe ergibt sich im Zusammenhang mit der Anwendung des faktorenanalytischen Modells.

Annahme A14: Das geometrische Modell des euklidischen Raumes ist ein sinnvolles Modell für die zu untersuchende Urteilsstruktur. (Vgl. dazu 4.1 und 5.3.8.)

Annahme A15: Zwischen den Ähnlichkeitsmessungen und ihren "Bildern" im räumlichen Modell besteht eine lineare Beziehung. (Vgl. dazu 3.3.)

Annahme A16: Dimensionen - insbesondere rotierte Dimensionen - sind als die psychologisch sinnvollen Strukturbegriffe des Urteilsverhaltens zu betrachten. (Vgl. dazu 5.3.6.1 bis 5.3.6.5.)

Mit der Explikation dieser 16 Annahmen wird deutlich, daß durch die faktorenanalytisch geprägte Methodik ein Modell des Urteilsverhaltens bei der Personenbeurteilung impliziert wird, dessen psychologische Postulate - die m. W. noch nirgends herausgearbeitet wurden - mit dem Modell der subjektiven Urteilsräume unverträglich sind.

Die Explikation und Sicherung der Annahmen ist für die interne und externe Validität des Forschungsprogramms im Anschluß an die Definition der IPT durch CRONBACH unerläßlich, da die begründete Vermutung, daß eine oder mehrere Annahmen nicht gültig sind, den Charakter einer Alternativhypothese (nämlich des Vorliegens eines Arte-

fakts 1. Art) zur Forschungshypothese annimmt. Bekannte Beispiele - es sei an die Differenzierungshypothese der Intelligenz erinnert - zeigen deutlich, daß die Bestätigung der Forschungshypothese ("Differenzierung") nur unter Gültigkeit der inhaltlichen und methodischen Annahmen (hier besonders: die Homogenität der Gruppenvarianzen) behauptet werden kann. Explizierte Annahmen, deren Gültigkeit ungesichert und damit unbekannt ist, stellen damit einen Katalog derartiger Alternativen dar (vgl. die oben explizierten 16 Annahmen), der dazu verwendet werden könnte, den "Bestätigungsgrad"¹⁰⁶ der Forschungshypothese abzuschätzen. Die Vorgehensweise der Explikation und Überprüfung bzw. Reduzierung der Annahmen (vgl. GIGERENZER & STRUBE 1977) würde zwar die Anzahl "empirisch gesicherter" Ergebnisse deutlich verringern, zugleich würde sich aber spätere Kritik und Reanalyse (z. B. SHEPARD 1962b über EKMAN 1954, vgl. auch 2.4 und 7.2.1) zu einem großen Teil erübrigen.

¹⁰⁶ Der Begriff "Bestätigungsgrad" ist in der Bedeutung von CARNAP & STEGMÜLLER (1959) gebraucht. Der Verfasser ist sich darüber im klaren, daß der hier unterbreitete Vorschlag bei seiner Konkretisierung auf die gleichen Schwierigkeiten stoßen wird, wie sie sich in den Versuchen von POPPER (1971) und CARNAP (1950), ein quantitatives Explikat des Begriffs der "induktiven Wahrscheinlichkeit" bzw. des "Bestätigungsgrades c" zu finden, gezeigt haben. Die Autoren sahen sich genötigt, eine Version des aus der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie bekannten "Indifferenzprinzips" anzunehmen. Eine der Atomisierung des Sprachsystems L bei CARNAP & STEGMÜLLER (1959) analoge a priori-Gleichgewichtung der Annahmen zur Bestimmung des Anteils ungesicherter Annahmen für die Quantifizierung des "Bestätigungsgrads" ist m.E. auch hier unumgänglich und schwer begründbar.

7.2.2.3 Eine Rekonzeptionalisierung des Konstrukts
"implizite Persönlichkeitstheorie" über
das Modell der subjektiven Urteilsräume

Im folgenden wird gezeigt, daß sich über die Theorie des Urteilsverhaltens, die im Modell der subjektiven Urteilsräume R_{ak} formuliert ist, eine wesentliche Reduzierung ungesicherter Annahmen gegenüber der Konzeption im Anschluß an die Definition von CRONBACH erreichen läßt.

Dazu müssen die ersten drei Postulate auf den besonderen Gegenstand der Personenbeurteilung hin spezifiziert werden. Die übrigen Postulate können in der unter 5.2.2 gegebenen Form beibehalten werden.

Postulat 1': $R^{(p)}$ sei eine endliche Menge von subjektiven Urteilsräumen mit

$$R^{(p)} = \left\{ R_{ak} : a \in A^{(p)} \text{ und } k \in K^{(p)} \right\}$$

wobei

$$A^{(p)} = \left\{ a : a \text{ ist eine Menge von deskriptiven Merkmalen zur Personenbeurteilung oder } a \text{ ist eine Menge von Personen} \right\}$$

und

$$K^{(p)} = \left\{ k : k \text{ ist ein durch die Versuchsanordnung zur Personenbeurteilung hergestellter Urteilskontext} \right\}$$

Postulat 2': Durch die in der Versuchsanordnung dargebotene Reizobjektmenge a wird eine Teilmenge $R_a \subset R^{(p)}$ von subjektiven Urteilsräumen ak-

tiviert.

Postulat 3': Durch den in der Versuchsanordnung hergestellten Urteilskontext k wird eine Teilmenge $R_{.k} \subset R^{(p)}$ von subjektiven Urteilsräumen aktiviert.

Erläuterung: Die Disjunktion der Menge $A^{(p)}$ in Teilmengen mit "deskriptiven Merkmalen zur Personenbeurteilung" und "Personen" erlaubt eine Unterscheidung zweier Zielsetzungen:

1. die Skalierung der "deskriptiven Merkmale" und
2. die Skalierung der beurteilten Personen.

Die erste Zielsetzung entspricht dem klassischen Ansatz, die zweite stellt ein inverses Vorgehen dar. Diese Trennung ist mit der Unterscheidung zwischen der faktoriellen R-Technik und der Q-Technik gleichzusetzen.

Der Begriff eines "deskriptiven Merkmals zur Personenbeurteilung" umfaßt sowohl den adjektivischen Beschreibungsmodus als auch adverbiale und komplexere personen- und situationsspezifische Beschreibungen. Er läßt sich in einer Modifikation der semantischen Systeme L_N bei CARNAP (CARNAP & STEGMÜLLER 1959, S.138ff) formal präzisieren:

Ein n -stelliges Prädikat $P(i,a,b,c,...)$ heißt ein "deskriptives Merkmal der Person i ", wenn es in seinen n ($n \geq 1$) Argumenten genau ein Argument i enthält. Alle verbleibenden $n - 1$ Argumente des n -stelligen Prädikats P gehören jeweils verschiedenen Spezifikationsbereichen $a,b,c,...$ an. Eine vollständige Liste der Spezifikationsbereiche kann hier nicht gegeben werden. Zu ihnen zählen Raumkoordinaten (r), Zeitkoordinaten (t), Interaktionspartner (p) und die Spezifikation auf "konkretes" Verhalten (k).

Ein einstelliges Prädikat $P(i)$ bezeichnet demnach eine einfache Eigenschaft der Person i , z. B.: " i ist aufmerksam". Das zweistellige Prädikat $P(i,k)$ steht entsprechend für den adverbialen Beschreibungsmodus (z. B. " i liest aufmerksam").

Wie in Kap.6 gezeigt wurde, ist die Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs über die Methoden der sukzessiven Intervalle, der Ähnlichkeitsgruppierung sowie über direkte Verhaltensmessungen, sofern letztere die unter 6.3 genannten Bedingungen erfüllen, als theoretisch fundiert anzusehen.

Auf der Basis des Modells der subjektiven Urteilsräume lassen sich Versuchsanordnungen entwerfen, die eine deutliche Verringerung der Anzahl ungesicherter Annahmen ermöglichen. Für jeweils eine der Methoden der direkten Ähnlichkeits- und der direkten Verhaltensmessung wird im folgenden eine Versuchsanordnung kurz umrissen:

1. Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs über direkte Ähnlichkeitsmessung.

N Vpn werden instruiert, die "subjektive Ähnlichkeit" aller deskriptiven Merkmale nach der Methode der sukzessiven Intervalle zu beurteilen. In der Instruktion muß eine Population Q angegeben sein. Der Urteilkontext k ist so präzise wie möglich zu definieren und während des Versuchs konstant zu halten. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Auswahl der n Merkmale über die unter 2. beschriebene Vorgehensweise als repräsentativ abgesichert ist. Die Ähnlichkeitsmatrix wird über die NMDS skaliert, wobei der Parameter r der Minkowski Metrik variiert wird.

2. Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs über direkte Verhaltensmessung.

N Vpn werden instruiert, die Merkmale von p Personen zu beurteilen. Die Versuchsanordnung k ist wiederum genau zu definieren und zu kontrollieren und enthält im Gegensatz zu 1. sowie dem klassischen Vorgehen über die Einschätzung auf n Eigenschaftsskalen keine vorgegebenen Urteilsraster (auch kein Ähnlichkeitskontinuum). Durch die Instruktion werden die Vpn zu einer freien Personenbeschreibung aufgefordert.

Das Repräsentativitätsproblem entfällt für die n Merkmale, da diese nicht vorgegeben, sondern von den Vpn selbst gewählt werden. Wird die Anzahl der deskriptiven Merkmale zu groß, so erscheint es zweckmäßig, sich auf die n häufigsten Merkmale zu beschränken. Der Begriff "Repräsentativität von a in Bezug auf A" (vgl. Annahme A6) hat im letzteren Fall folgende Bedeutung:

Definition: a ist repräsentativ in Bezug auf A,

genau dann, wenn

für alle i in A mit $i \in a$ und für alle z in A mit $z \notin a$ gilt:

Ist rh_i die relative Häufigkeit von i in Bezug auf M und Q, so besteht zwischen allen rh_i und rh_z die Beziehung

$$rh_i \geq rh_z.$$

Nach den Ausführungen unter 3.1 und 6.3 müssen von einer direkten Verhaltensmessung als Operationalisierung des Ähnlichkeitsbegriffs folgende Forderungen erfüllt sein:

1. Die Herstellung eines theoretischen Bezugs zum Modell der subjektiven Urteilsräume und

2. die Gültigkeit der Postulate 8 und 9a.

Der theoretische Bezug ist m. W. noch nirgends herausgearbeitet worden und kann durch die Formulierung einer Reihe von Postulaten hergestellt werden, die als Spezifikationen der Postulate 8 und 9a für diese Versuchsanordnung anzusehen sind. In ihnen muß die theoretische Beziehung zwischen den Zusammenhangskognitionen und der gemeinsamen Verwendung von deskriptiven Merkmalen in der freien Personenbeschreibung formuliert werden. Der Grundgedanke besteht in einer postulierten monotonen Beziehung zwischen

- a) den Zusammenhangskognitionen (im Modell repräsentiert durch die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$) und der Wahrscheinlichkeit des gemeinsamen Auftretens von i und j bei der Beurteilung einer Person $h \in Q$ durch den Beurteiler $I \in M$.
- b) den Zusammenhangskognitionen (im Modell repräsentiert durch die Distanzen $d_{ij}^{(r)}$) und der Differenz der Wahrscheinlichkeiten des gemeinsamen Auftretens von i mit k und j mit k ($k = 1, 2, \dots, i, j, \dots, n$) bei der Beurteilung einer Person $h \in Q$ durch den Beurteiler $I \in M$.

Durch die Rekonzeptionalisierung des Konstrukts "IPT" als " $R_{ak} \subset R^{(P)}$ " im Modell der subjektiven Urteilsräume ergibt sich - wie schon erwähnt - eine deutliche Reduzierung ungesicherter Annahmen. Dies sei in Tab.10 dargestellt.

Die Annahmen sind dabei daraufhin gekennzeichnet, ob sie externe Validität, d. h. die Generalisierbarkeit des Untersuchungsergebnisses über die spezielle Untersuchung hinaus, oder die interne Validität, die eine notwendige Bedingung für die externe Validität ist, betreffen.

Notwendige Annahmen im Forschungsprogramm zur IPT im Anschluß an die Definition von CRONBACH		Status der Annahmen nach der Rekonzeptionalisierung durch das Modell der subjektiven Urteilsräume (in Verbindung mit Versuchsanordnung 1)
Bezeichnung	Funktion	
A1:Repräsentativität der N Vpn	externe Validität bzgl. M	notwendig
A2:Homogenität	interne Validität	notwendig (entfällt für das Modell R _{aki} wegen der expliziten Berücksichtigung des Parameters i)
A3:Repräsentativität der p Personen	externe Validität bzgl. Q	entfällt (ist zusätzlich überprüfbar)
A4:Beschreibungsmodus	externe Validität bzgl. A	entfällt (ist zusätzlich überprüfbar)
A5:Bipolarität	externe Validität bzgl. A	entfällt (ist zusätzlich überprüfbar)
A6:Repräsentativität der n Merkmale	externe Validität bzgl. A	entfällt (ist zusätzlich überprüfbar)
A7:Anzahl n	externe Validität bzgl. A	entfällt (wegen der expliziten Berücksichtigung des Parameters a)
A8:Kontext k	externe Validität bzgl. K	entfällt (wegen der expliziten Berücksichtigung des Parameters k)
A9:Intervallniveau	interne Validität	reduziert (auf die Annahme eines ordinalen Informationsniveaus)
A10:Linearität		entfällt
A11:Verteilung		entfällt
A12:Mittelwerte		entfällt
A13:Varianzen		entfällt
A14:euklidisches Raummodell		reduziert (auf die Annahme einer Minkowski r-Metrik)
A15:Lineare Distanzfunktion		reduziert (auf die Annahme einer monotonen Distanzfunktion)
A16:dimensionale Strukturen		reduziert (auf dimensionale und nicht-dimensionale Strukturen)

Tab.10: Status der Annahmen nach der Rekonzeptionalisierung

Aus Tab.10 geht hervor, daß von den unter 7.2.2.2 explizierten 16 Annahmen 10 ersatzlos entfallen. Die verbleibenden Annahmen A9, A14, A15 und A16 werden in ihrer Stärke reduziert. A1 bleibt als notwendige Voraussetzung zur Verallgemeinerung eines Untersuchungsergebnisses auf die Population M bestehen. Annahme A2, deren Gültigkeit in manchen Gegenstandsbereichen in Frage gestellt wird (vgl. z. B. die Kritik von FEGGER(1974) an der Untersuchung von HARTMANN & WAKENHUT (1972)) entfällt beim Übergang auf das dreiparametrische Modell der subjektiven Urteilsräume R_{aki} (vgl. 5.4).

Eine Diskussion und Begründung der verbleibenden, jedoch reduzierten Annahmen A9, A14, A15 und A16 ist unter den Ausführungen zu Postulat 9 (5.3.9) für A9 und A15, unter Postulat 8 (5.3.8, siehe dazu auch 5.3.1) für A14 und unter Postulat 6 (5.3.6) für A16 gegeben worden.

8. SCHLUSSBETRACHTUNG UND AUSBLICK

Das Thema der vorliegenden Arbeit entstammt einem Grenzgebiet zwischen methoden- und inhaltsbezogenen Fragestellungen und dem Versuch, die theoretische Verbindung zwischen diesen herzustellen.

Der Verfasser vertritt den Standpunkt, daß die Anwendung dimensionsanalytischer Methoden auf die Untersuchung von Urteilsverhalten mit einer für die jeweilige Skalierungsmethode charakteristischen Urteilstheorie einhergeht.

Die Entwicklung dieses Gedankens orientiert sich am Modell der nonmetrischen multidimensionalen Skalierung, das wegen seiner gegenüber herkömmlichen dimensionsanalytischen Verfahren reduzierten Vorannahmen einen wesentlichen Fortschritt darstellt. Die Ausführungen haben zu folgenden Ergebnissen geführt:

Die der NMDS zugeordnete Theorie über Urteilsverhalten, das "Modell der subjektiven Urteilsräume", wurde herausgearbeitet.

Die Unbestimmtheit der Operationalisierung des Ähnlichkeits-Begriffs, die sich in der Aneinanderreihung von Vorschlägen zur Messung der Ähnlichkeit (z. B. GUTTMAN 1968, GREEN & CARMONE 1970, SUBKOVIK 1975) zeigt, kann durch eine über die Postulate des Modells theoretisch geleitete Entscheidung der Adäquatheit der Operationalisierungen ersetzt werden.

Die Untersuchung von Urteilsverhalten mit Hilfe der NMDS ohne Rekurs auf eine Theorie, die wie das Modell der subjektiven Urteilsräume in einer partiell-homomorphen Relation zum mathematischen Modell steht, erscheint - vor allem für die Weiterentwicklung von Theorien unter Berücksichtigung empirischer Ergebnisse - wenig fruchtbar, da Artefakte 1. Art unkontrolliert bleiben.

Durch die Betrachtung der Theorie über Urteilsverhalten als wesentlichem Bestandteil der NMDS ist die klare operationale Definition und Abgrenzung der eingeführten hypothetischen Konstrukte möglich.

Der hier dargestellte Versuch einer Integration muß unter folgenden Gesichtspunkten kritisch betrachtet werden:

1. Im mathematischen System sind algorithmisch bedingte Artefakte 2. Art möglich, die im Hinblick auf die Eindeutigkeit der Ergebnisse eine der theoretischen Interpretation vorgeschaltete Kontrolle notwendig machen.
2. Der im mathematischen System nicht vorhandenen Fehlertheorie entspricht eine Ausklammerung eines ihr zugeordneten Fehlermodells in der Theorie über Urteilsverhalten. Dies zeigt sich darin, daß das Modell der subjektiven Urteilsräume keine Postulate mit Aussagen über die Schwellenproblematik und über "just noticeable differences (j. n. d.'s)" enthält.
3. Ein nicht gelöstes Problem stellt die simultane Unbestimmtheit der Parameter r (Minkowski-Metrik) und m (Dimensionalität) dar. Da die gleichzeitige Bestimmung der Werte beider Parameter nicht möglich ist und die sukzessive Bestimmung nur für Reizmaterial durchführbar ist, das durch entsprechende physikalische Größen repräsentiert werden kann, müßte der Unbestimmtheit im Modell psychologische Bedeutung zugeordnet werden. Hier zeigen sich m. E. die Grenzen der Modellfunktion der NMDS.

Trotz der aufgezeigten Schwierigkeiten soll durch die vorliegende Arbeit eine in höherem Maße theoriegeleitete dimensionsanalytische Forschung im allgemeinen und NMDS-Forschung im besonderen angeregt werden.

LITERATURVERZEICHNIS

- ACH, N. Über die Willenstätigkeit und das Denken.
Göttingen: Vandenhoeck & Rupprecht 1905
- AHRENS, H.J. Zur Verwendung des Metrikparameters multidimensional-
skalierungen bei der Analyse von
Wahrnehmungsstrukturen. Z. exp. angew. Psychol.
1972, 19, 173-195
- AHRENS, H.J. Zur Bedeutung der Metrik in multidimensionalen
Ähnlichkeitsskalierungen. In: REINERT, G.
(Hrsg.) Bericht über den 27. Kongreß der Deutschen
Gesellschaft für Psychologie in Kiel 1970.
Göttingen: Hogrefe 1973
- AHRENS, H.J. Multidimensionale Skalierung. Weinheim:
Beltz 1974
- ANDREWS, D.F. Plots of high dimensional data. Biometrics
1972, 28, 125-136
- ARGYLE, M. & LITTLE, B.R. Do personality traits apply to
social behavior? J. Theory Soc. Behav. 1971,
2, 1-35
- ARMSTRONG, J.S. Derivation of theory by means of factor
analysis or Tom Swift and his electric factor
analysis machine. American Statistician 1967,
21, 17-21
- ARNOLD, J.B. A multidimensional scaling study of semantic
distance. J. Exp. Psychol. 1971, 89, 349-363
- ASCH, S.E. Forming impressions of personality. J. Abnorm.
Soc. Psychol. 1946, 41, 258-290
- ATTNEAVE, F. A method of graded dichotomies for the scaling
of judgment. Psychol. Rev. 1949, 56, 334-340
- ATTNEAVE, F. Dimensions of similarity. Amer. J. Psychol.
1950, 63, 516-556
- BAIN, A. The senses and the intellect. London: J.W.
Parker 1855
- BANNISTER, D. & FRANSELLA, F. Inquiring man. The theory of
personal constructs. Harmondsworth: Penguin
books 1971

- BANNISTER, D. & MAIR, J.M.M. The evaluation of personal constructs. New York: Academic Press 1968
- BAUMANN, U. Psychologische Taxometrie. Bern: Huber 1971
- BEALS, R., KRANTZ, D.H. & TVERSKY, A. Foundations of multidimensional scaling. Psychol. Rev. 1968, 75, 127-142
- BEATON, A.E. An inter-battery factor analytic approach to clique analysis. Sociometry 1966, 29, 135-145
- BENNET, J.F. & HAYS, W.L. Multidimensional unfolding: Determining the dimensionality of ranked preference data. Psychometrika 1960, 25, 27-43
- BERGLER, R. (Hrsg.) Das Eindrucksdifferential. Theorie und Technik. Bern: Huber 1975
- BERTRAM, H. Skalenkonstruktion mit Hilfe multidimensionaler Skalierungsverfahren. Anmerkungen und Kritik zur PAPP-IAU-MANN-Studie. Z. f. Soziologie 1975, 4, 291-297
- BESOZZI, C. & ZEHNPFENNIG, H. Methodologische Probleme der Indexbildung. In: v. KOOLWIJK, J. (Hrsg.) Techniken der empirischen Sozialforschung. München 1974
- BIERI, J. Cognitive complexity-simplicity and predictive behavior. J. Abnorm. Soc. Psychol. 1955, 51, 263-268
- BIERI, J. Complexity-simplicity as a personality variable in cognitive and preferential behavior. In: FISKE, D.W. & MADDI, S. (Hrsg.) Functions of varied experience. Homewood, Ill.: Dorsey 1961
- BIERI, J., ATKINS, A.L., BRIARS, S., LEAMAN, R.L., MILLER, H. & TRIPODI, T. Clinical and social judgment: The discrimination of behavioral information. New York: Krieger 1966 (Reprint 1975)
- BONARIUS, J. C. J. Research in the personal construct theory of George A. Kelly: role construct repertory test and basic theory. In: MAHER, B.A. (Hrsg.) Progress in experimental psychology research 1965
- BOORMAN, S.A. & ARABIE, P. Structural measures and the method of sorting. In: SHEPARD, R.N. et al. (Hrsg.) Multidimensional scaling. Theory and applications

- in the behavioral sciences. Vol.1, New York: Seminar Press 1972
- BORING, E.G. The physical dimensions of consciousness. New York: Century 1933
- BOYD, J.P. Information distance for discrete structures. In: SHEPARD, R.N., ROMNEY, A.K. & NERLOVE, S.B. (Hrsg.) Multidimensional scaling. Vol.1, New York: Seminar Press 1972
- BROWN, W.R.J. & McADAM, D.L. Visual sensitivities to combined chromaticity and luminance differences. J. opt. Soc. Amer. 1949, 39, 808-834
- BRUNER, J. On perceptual readiness. In: Psychol. Rev. 1957, 64, 123-152
- BRUNER, J.S. & TAGIURI, R. The perception of people. In: LINDZEY, G. (Hrsg.) Handbook of social psychology. Vol.2, Cambridge Mass.: Addison Wesley 1954
- BURT, C. The differentiation of intellectual ability. Brit. J. Educ. Psychol. 1954, 24, 76-90
- BUSEMANN, H. Geometry of geodesics. New York: Academic Press 1955
- CAMPBELL, D.T. & STANLEY, J.S. Experimental and quasi-experimental designs for research on teaching. In: GAGE, N.L. Handbook of research on teaching. Chicago: McNally 1963
- CARMONE, F.J., GREEN, P.E. & ROBINSON, P.J. TRICON - An IBM 360/65 Fortran IV program for the triangularisation of conjoint data. J. Market. Res. 1968, 5, 219-220
- CARNAP, R. Logical foundations of probability. Chicago 1950
- CARNAP, R. The methodological character of theoretical concepts. In: FEIGL, H., & SCRIVEN, M. (Hrsg.) Minnesota Studies in the philosophy of science. Vol. I. Minneapolis: Univ. of Minnesota Press 1956
- CARNAP, R. & STEGMÜLLER, W. Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Wien: Springer 1959

- CARROLL, J.B. The nature of the data or how to choose a correlation coefficient. *Psychometrika* 1961, 26, 347-372
- CARROLL, J.D. Models and methods for multidimensional preference analysis. Handout for Bell-Penn MDS Workshop. Bell Laboratories Murray Hill, N. J. 1971a
- CARROLL, J.D. Introduction to INDSCAL. Handout for Bell-Penn MDS Workshop. Bell Laboratories Murray Hill, N. J. 1971b
- CARROLL, J.D. & CHANG, J.J. A general index of nonlinear correlation and its application to the interpretation of multidimensional scaling solutions. *Amer. Psychologist* 1964, 19, 540
- CARROLL, J.D. & CHANG, J.J. Relating preference data to multidimensional scaling solutions via a generalisation of Coombs' unfolding model. Bell Lab., Murray Hill, N.J. 1967, (mimeographed)
- CARROLL, J.D. & CHANG J.J. Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an N-way generalisation of 'Eckart-Young' decomposition. *Psychometrika* 1970, 35, 283-319(a)
- CARROLL, J.D. & CHANG, J.J. A 'quasi-nonmetric' version of INDSCAL, a procedure for individual difference scaling. A talk submitted to the Spring 1970 Meeting of the Psychometric Society. Stanford University, California (Abstrakt), March 1970(b)
- CARROLL, J.D. & WISH, M. Models and methods for three-way multidimensional scaling. In: ATKINSON, R.C. et al. (Hrsg.) *Contemporary developments in mathematical psychology*. San Francisco: Freeman 1973
- CARROLL, J.D. & WISH, M. Multidimensional perceptual models and measurement methods. In: CARTERETTE, E.C. & FRIEDMAN, M.P. (Hrsg.) *Handbook of perception*. Vol. II. New York: Academic Press 1974
- CATTELL, R.B. *Personality and motivation structure and measurement*. New York: World Book Co. 1957
- CATTELL, R.B. *The scientific analysis of personality*. Harmondsworth: Penguin Books 1965

- CATTELL, R.B. Taxonomic principles for locating and using types. In: KLEINMUNTZ, B. (Hrsg.) Formal representation of human judgment. New York: Wiley 1968
- CATTELL, R.B. & COULTER, M.A. Principles of behavior taxonomy and the mathematical basis of the Taxonome Computer Program. Brit. J. Math. Stat. Psychol. 1966, 19, 237-269
- CATTELL, R.B., COULTER, M.A. & TSUJIOKA, B. The taxonomic recognition of types and functional emergents. In: CATTELL, R.B. (Hrsg.) Handbook of multivariate experimental psychology. Chicago: McNally 1966
- CHAPANIS, A. Men, machines and models. Amer. Psychologist 1961, 16, 113-131
- CLIFF, N. Scaling. Ann. Rev. Psychol. 1973, 24, 473-507
- CLINE, V.B. Interpersonal perception. In: MAHER, B.A. (Hrsg.) Progress in experimental personality research. Vol. 1, New York 1964
- COHEN, J. The impact of multivariate research in clinical psychology. In: CATTELL, R.B. (Hrsg.) Handbook of multivariate experimental psychology. Chiaco: McNally 1966
- COHEN, R. Systematische Tendenzen bei Persönlichkeitsbeurteilungen. Bern: Huber 1969
- COOMBS, C.H. Psychological scaling without a unit of measurement. Psychol. Rev. 1950, 57, 145-161
- COOMBS, C.H. Mathematical models in psychological scaling. J. Amer. Stat. Assoc. 1951, 46, 480-489
- COOMBS, C.H. A theory of psychological scaling. Ann Arbor: Univ. of Michigan Press 1952
- COOMBS, C.H. The theory and methods of social measurement. In: FESTINGER, L. & KATZ, D. (Hrsg.) Research methods in the behavioral sciences. New York: Dryden 1953
- COOMBS, C.H. A theory of data. Psychol. Rev. 1960, 67, 143-159

- COOMBS, C.H. A theory of behavioral data. New York: Wiley 1964
- COOMBS, C.H. General mathematical Psychology. Scaling and data theory. Unpublished Manuscript. Univ. of Michigan 1966
- COOMBS, C.H., DAWES, R.M. & TVERSKY, A. Mathematical Psychology. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall 1970
- COXON, A.P.M. Occupational attributes: constructs and structure. Sociology 1971, 5, 335-354
- COXON, A.P.M. Multidimensional scaling. ECPR Summer School at the University of Essex. Monographs on Social Science Data Analysis 1975
- COXON, A.P.M. Multidimensional scaling. Handout: Frühjahrsseminar V, Zentralarchiv für empirische Sozialforschung, Köln 1976
- COXON, A.P.M. & JONES, C.L. Occupational similarities: subjective aspects of social stratification. Quality and Quantity 1974, 8, 139-158
- v.CRANACH, M. & FRENZ, H.-G. Systematische Beobachtung. In: GRAUMANN, C.F. (Hrsg.) Handbuch der Psychologie. Band 7/I: Sozialpsychologie. Göttingen: Hogrefe 1969
- CROCKETT, W.H. Cognitive complexity and impression formation. In: MAHER, B.A. (Hrsg.) Progress in experimental personality research. Vol.2, Chicago 1965
- CRONBACH, L.J. Processes affecting scores on 'understanding of others' and 'assumed similarity'. Psychol. Bull. 1955, 52, 177-193
- CRONBACH, L.J. & GLEESER, G.C. Assessing the similarity between profiles. Psychol. Bull. 1953, 50, 456-463
- CRONBACH, L.J. & MEEHL, P.E. Construct validity in psychological tests. Psychol. Bull. 1955, 52, 281-302
- CROSS, D.V. Metric Properties of multidimensional stimulus generalisation. In: MOSTOFSKY, D.J. (Hrsg.) Stimulus generalisation. Stanford: University Press 1965

- D'ANDRADE, R.G., QUINN, N.R., NERLOVE, S.B. & ROMNEY, A.K.
Categories of disease in American-English
and Mexican-Spanish. In: ROMNEY, A.K. et al.
Multidimensional scaling. Vol.II. New York:
Seminar Press 1972
- DEGERMAN, R.L. Multidimensional analysis of complex structure:
mixtures of class and quantitative variation.
Psychometrika 1970, 35, 475-491
- DEGERMAN, R.L. The geometric representation of some simple
structures. In: SHEPARD, R.N. et al. (Hrsg.)
Multidimensional scaling. Vol.I. New York:
Seminar Press 1972
- DESSAUER, F. Naturwissenschaftliches Erkennen. Frankfurt
1958
- DORSCH, F. Psychologisches Wörterbuch. Bern: Huber 1970
- EKMAN, G. Dimensions of color vision. J. Psychol. 1954,
38, 467-474
- ENDLER, N.S. & HUNT, J.McV. Sources of behavioral variance
as measured by the S-R Inventory of anxious-
ness. Psychol. Bull. 1966, 65, 336-346
- ERTEL, S. Standardisierung eines Eindrucksdifferentials.
Z. exp. angew. Psychol. 1965, 12, 22-58
- ERTEL, S. Weitere Untersuchungen zur Standardisierung
eines Eindrucksdifferentials. Z. exp. angew.
Psychol. 1965, 12, 177-208
- ESTES, W.K. The statistical approach to learning theory.
In: KOCH, S. (Hrsg.) Psychology: A study of
science. Vol.2. New York: McGraw-Hill 1959
- EVERITT, B.S. & NICHOLS, P. Visual techniques for representing
multivariate data. The Statistician 1974, 24,
37-49
- EYSENCK, H.J. & RACHMAN, S. Neurosen - Ursachen und Heil-
methoden. Berlin: Deutscher Verlag der Wissen-
schaft. 1967
- FECHNER, G.Th. Elemente der Psychophysik. 1860
- FEGER, H. Die Erfassung individueller Einstellungsstruk-
turen. Z. Soz. Psychol. 1974, 5, 242-254

- FISCHER, W. & MICKO, H.C. More about metrics of subjective spaces and attention distributions. J. Math. Psychol. 1972, 9, 36-54
- FITTKAU, B. Dimensionen des Lehrerverhaltens und ihre Bedeutung für die Auslösung von Angst und Sympathie bei Schülern. Z. Entw. Psychol. Päd. Psychol. 1969, 1, 77-92
- FLYNN, B.M. Pitch discrimination. The form of the psychometric function and simple reaction time to liminal differences. Arch. Psychol. 1943, 39, No. 280
- FOSBERG, J.A. An experimental study of the reliability of the Rorschach psychodiagnostic technique. Rorschach Res. Exch. 1941, 5, 72-84
- FRENCH, J.W. The description of personality measurements in terms of rotated factors. Princeton, N. J.: Educational Testing Service 1953
- FRENCH, V. The structure of sentiments. J. Personality 1947, 15, 247-280
- GAENSSLEN, H. & SCHUBÖ, W. Einfache und komplexe statistische Analyse. München: UTB 1973
- GALTUNG, J. Theory and methods of social research. London 1967
- GARNER, W.R. & FELDOLDY, G.L. Integrality of stimulus dimensions in various types of information processing. Cognitive Psychol. 1970, 1, 225-241
- GARRETT, H.E. A development theory of intelligence. Amer. Psychologist 1964, 1, 372-378
- GIGERENZER, G. Nonmetrische multidimensionale Skalierung psychologischer Variablen. Diplomarbeit (unveröff.) München 1974
- GIGERENZER, G. Sprachliche Begriffssysteme in der Personenbeurteilung. Vortrag, gehalten auf der 18. Tagung der experimentell arbeitenden Psychologen in Bochum 1976
- GIGERENZER, G. Mathematische Methoden zur Klassifikation. In STRUBE, G. (Hrsg.) Binet und die Folgen. Die Psychologie des XX. Jahrhunderts. Bd.5, Zürich: Kindler 1977 (i.Dr.) (a)

- GIGERENZER, G. Nichtmetrische Dimensionsanalyse. In: STRUBE, G. (Hrsg.) Binet und die Folgen. Die Psychologie des XX. Jahrhunderts. Bd.5. Zürich: Kindler 1977 (i.Dr.) (b)
- GIGERENZER, G. & STRUBE, G. Zur Revision der üblichen Anwendung dimensionsanalytischer Verfahren. Am Beispiel einer Untersuchung von Hofer. Z. Entw. Psychol. Päd. Psychol. 1977 (i.Dr.)
- GLEASON, T.C. Multidimensional scaling of sociometric data. Institute for Social Research. The University of Michigan, Ann Arbor, Mich. 1969
- GOLDMEIER, E. Über Ähnlichkeit bei gesehenen Figuren. Psychol. Forschung 1937, 21, 146-208
- GOODMAN, L.A. & KRUSKAL, W.H. Measures of association for cross classifications. J. Amer. Stat. Assoc. 1954, 49, 732-764
- GREEN, P.E. & CARMONE, F.J. Multidimensional scaling and related techniques in marketing research. Boston, Mass.: Allyn & Bacon 1970
- GREEN, P.E., MAHESHWARI, A. & RAO, V.R. Dimensional interpretation and configuration invariance in multidimensional scaling: an empirical study. Mult. Behav. Res. 1969, 4, 159-180
- GREEN, P.E. & RAO, V.R. TV-show perceptions - A note on stimulus invariance in multidimensional scaling. Working paper, Univ. of Pennsylvania, February 1969
- GREEN, P.E. & RAO, V.R. Applied multidimensional scaling. New York: Holt, Rinehart & Winston 1972
- GREEN, R.F. & GOLDFRIED, M.R. On the bipolarity of semantic space. Psychol. Monogr. 1965, 23 (Whole No. 999)
- GREGSON, R.A.M. Psychometrics of similarity. New York: Academic Press 1975
- GROSS, C. Intrajudge consistency in ratings of heterogeneous persons. J. Abn. Soc. Psychol. 1961, 62, 605-610
- GUILFORD, J.P. Personality. New York: McGraw-Hill 1959

- GULLIKSEN, H. How to make meaning more meaningful? *Contemp. Psychol.* 1958, 3, 115-119
- GUTHRIE, E.R. *The psychology of learning.* New York: Harper & Bros. 1933
- GUTTMAN, L. A new approach to factor analysis: the radex. In: LAZARSFELD, P.F. (Hrsg.) *Mathematical thinking in the social sciences.* Glencoe, Ill.: Free Press 1954
- GUTTMAN, L. The structure of interrelations among intelligence tests. *Proceedings of the 1964 Invitational Conference on Testing Problems.* Princeton: Educational Testing Service 1965
- GUTTMAN, L. The nonmetric breakthrough for the behavioral sciences. *Proceedings of the Second National Conference on Data Processing.* Rehovot: Information Processing Association of Israel 1966(a)
- GUTTMAN, L. Order analysis of correlation matrices. In: CATTELL, R.B. (Hrsg.) *Handbook of multivariate experimental psychology.* New York: Rand McNally 1966 (b)
- GUTTMAN, L. A general nonmetric technique for finding the smallest coordinate space for a configuration of points. *Psychometrika* 1968, 33, 469-506
- GUTTMAN, N. The pigeon and the spectrum and other perplexities. *Psychol. Rep.* 1956, 2, 449-460
- HARTMANN, H. & WAKENHUT, R. Zur Dimensionalität gesellschaftspolitischer Attitüden bei unterschiedlichen Gruppen. *Z. Soz. Psychol.* 1972, 3, 96-115
- HARVEY, O.J., HUNT, D.E. & SCHRODER, H.M. *Conceptual systems and personality organisation.* New York: Wiley 1961
- HASTORF, A.H., SCHNEIDER, D.J. & POLEFKA, J. *Person perception.* Reading, Mass.: Addison-Wesley 1970
- HAWEL, W. Experimentelle Untersuchungen zur Linearität, Polarität und Struktur des semantischen Raumes. Vortrag, gehalten auf der 19. Tagung experimentell arbeitender Psychologen, Konstanz 1977

- v.HAYEK, F.A. The sensory order. London: Routledge & Keagan 1952
- HEIDER, F. Perceiving the other person. In: TAGIURI, R. & PETRULLO, L. (Hrsg.) Person perception and interpersonal behavior. Stanford: Stanford Univ. Press 1958
- HELMHOLTZ, H.L.F. Handbuch der physiologischen Optik. Leipzig: Voss 1896
- HENLEY, N.M. A psychological study of the semantics in animal terms. J. of Verbal Learning and Verbal Behavior 1969, 8, 176-184
- HERRMANN, T. Lehrbuch der empirischen Persönlichkeitsforschung. Göttingen: Hogrefe 1969
- HERRMANN, T. & STAPF, K.H. Über theoretische Konstruktionen in der Psychologie. Psychol. Beitr. 1971, 13, 336-354
- HODSON, F.R., KENDALL, D.G. & TAUTU, P. Mathematics in the archeological and historical sciences. Edinburgh Univ. Press 1971
- HÖRMANN, H. Psychologie der Sprache. Berlin: Springer 1967
- HOFER, M. Die Schülerpersönlichkeit im Urteil des Lehrers. Weinheim: Beltz 1969
- HOFER, M. Zur impliziten Persönlichkeitstheorie von Lehrern. Z. Entw. Psychol. Päd. Psychol. 1970, 3, 197-209
- HOFER, M. Die Validität der impliziten Persönlichkeits-
theorie von Lehrern. Unterrichtswissenschaft 1975, 2, 5-18
- HOFFMAN, P.J. Cue-consistency and configurality in human judgment. In: KLEINMUNTZ, B. (Hrsg.) Formal representation of human judgment. New York: Wiley 1968
- HOFSTÄTTER, P.R. Über die Ähnlichkeit. Psyche 1955, 5
- HOFSTÄTTER, P.R. Faktorenanalyse. In: KÖNIG, R. (Hrsg.) Handbuch der empirischen Sozialforschung. Bd.3a: Grundlegende Methoden und Techniken. Stuttgart: dtv 1967

- HOLLINGWORTH, H.L. Judgment of similarity and difference. Psychol. Rev. 1913, 20, 271-289
- HOLMAN, E.W. The relation between hierarchical and euclidian models for psychological distance. Psychometrika 1972, 37, 417-423
- HOLTMANN, D. Metrische multidimensionale Skalierung und ein 'inhaltliches' Verfahren zur Bestimmung der Achsen. Z.Soz. 1975, 4, 248-253
- HOLTMANN, D. Metric multidimensional scaling and a 'substantiated' method in constructing the axes. Quality and Quantity 1976, 10
- HORAN, C.B. Multidimensional scaling: combining informations when individuals have different perceptual structures. Psychometrika 1969, 34, 139-165
- HOSKIN, G. & SWANSON, G. Inter-party competition in Columbia. Amer. J. Polit. Science 1973, 17, 316-350
- HOUSEHOLDER, A.S. & LANDAHL, H.D. Mathematical biophysics of the central nervous system. Math. Biophys. Monogr. 1945, 1
- HOVLAND, C.J., JANIS, I.L. & KELLY, H.H. Communication and persuasion: Psychological studies of opinion change. New Haven: Yale Univ. Press 1953
- HULL, C.L. Principles of behavior. New York: Appleton-Century Co. Inc. 1943
- HYMAN, R. & WELL, A. Judgments of similarity and spatial models. Perception and Psychophysics 1967, 2, 233-248
- HYMAN, R. & WELL, A. Perceptual separability and spatial models. Perception and Psychophysics 1968, 3, 161-165
- INDOW, T. Applications of multidimensional scaling in perception. In: CARTERETTE, E.C. & FRIEDMAN, M.P. (Hrsg.) Handbook of perceptions, Vol.2. New York: Academic Press 1974
- INDOW, T. & KANAZAWA, K. Multidimensional mapping of Munsell colors varying in hue, chroma and value. J. Exp. Psychol. 1960, 59, 330-336

- JACKSON, D.M. Comparison of classifications. In: COLE, A.J. (Hrsg.) Numerical taxonomy. New York: Academic Press 1969
- JÄGER, A.O. Dimensionen der Intelligenz, Göttingen: Hogrefe 1973
- JAMES, W. The principles of psychology, Bd. 1. New York: Holt, Rinehart & Winston 1890
- JOHNSON, P.E., COX, D.L. & CURRON, T.E. Psychological reality of physical concepts. Psychol. Science 1970, 19, 245-247
- JOHNSON, R.M. Pairwise nonmetric multidimensional scaling. Psychometrika 1973, 38, 11-19
- JOHNSON, S.C. Hierarchical clustering schemes. Psychometrika 1967, 32, 241-254
- JÖRESKOG, K.G. Estimation and testing of simplex models. Brit. J. Math. Stat. Psychol. 1970, 23, 121-145
- JÖRESKOG, K.G. Analyzing psychological data by structural analysis of covariance matrices. In ATKINSON, R. C. et al. (Hrsg.) Contemporary developments in mathematical psychology. San Francisco: Freeman 1973
- KAISER, H.F. The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. Psychometrika 1958, 23, 187-200
- KALLINA, H. Das Unbehagen in der Faktorenanalyse. Psychol. Beitr. 1967, 10, 81-86
- KEIL, W. Implizite Persönlichkeitstheorie und Urteile über Andere. Z. f. Soz. Psychol. 1970, 1, 351-360
- KELLY, G.A. The psychology of personal constructs. Vol. I u. II, New York: Norton 1955
- KELLY, G.A. A theory of personality: The psychology of personal constructs. New York: Norton 1963
- KENDALL, D.G. Maps from marriages. In: HODSON, F.R., KENDALL, D.G., TAUTU, P., Mathematics in the archeologic and historical sciences. Edinburgh: University Press 1971 (a)

- KENDALL, D.G. Seriation from abundance matrices. In: HODSON, F.R., KENDALL, D.G. & TAUTU, P. Mathematics in the archeological and historical sciences. Edinburgh: University Press 1971 (b)
- KENDALL, M. Rank correlation methods. London: Griffin 1948
- KENDALL, M. Multivariate analysis. London: Griffin 1975
- KLAHR, D. A Monte-Carlo investigation of the statistical significance of Kruskal's nonmetric scaling procedure. Psychometrika 1969, 34, 319-330
- KLINGBERG, F.L. Studies in measurement of the relation between sovereign states. Psychometrika 1941, 6, 335-352
- KRISTOF, W. Untersuchungen zur Theorie psychologischen Messens. Meisenheim: Hain 1969
- KRUEGER, F. Zur Psychologie und Philosophie der Ganzheit. Schriften aus den Jahren 1918-1940. Hrsg.: HEUSS, E. Berlin 1953
- KRUSKAL, J.B. Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. Psychometrika 1964, 29, 1-27 (a)
- KRUSKAL, J.B. Nonmetric multidimensional scaling: a numerical method. Psychometrika, 1964, 29, 115-129 (b)
- KRUSKAL, J.B. How to use MDSCAL, a program to do multidimensional scaling and multidimensional unfolding. Unpubl. Report, Bell Telephone Laboratories 1968
- KRUSKAL, J.B. & CARROLL, J.D. Geometrical models and badness-of-fit functions. In: KRISHNAIAH, P.R. (Hrsg.) Multivariate Analysis II. New York: Academic Press 1969
- KRUSKAL, W.H. Ordinal measures of associations. J. Amer. Stat. Assoc. 1958, 53, 814-861

- KÜHN, W. Einführung in die multidimensionale Skalierung. München, Basel: Reinhard 1976
- KÜLPE, O. Versuche über Abstraktion. Ber. J. Kongr. Exp. Psychol. 1904, 56-68
- KUNNAPAS, T., MAELHAMMAR, G. & SVENSSON, O. Multidimensional ratio scaling and multidimensional similarity of geometric figures. Scandinavian J. Psychol. 1964, 5, 249-256
- LANDAHL, H.D. Neural mechanism for the concepts of difference and similarity. Bull. Math. Biophysics 1945, 7, 83-88
- LASHLEY, K.S. An examination of the 'Continuity Theory' as applied to discriminative learning. J. Gen. Psychol. 1942, 26, 241-265
- LASHLEY, K.S. & WADE, M. The pavlovian theory of generalization. Psychol. Rev. 1946, 53, 72-87
- LAY, C.H. & JACKSON, D.N. Analysis of the generality of trait-inferential relationships. J. Pers. Soc. Psychol. 1969, 12, 12-21
- LEEPER, R.W. Lewin's topological and vector psychology: a digest and critique. Univ. Ore. Publ. Stud. Psychol. No. 1, 1943, 1-218
- LERSCH, P. Aufbau der Person. München: Barth 1970
- LEWIN, K. Das Problem der Willensmessung und das Grundgesetz der Assoziation. Psychol. Forsch. 1922, 1, 191-302 (a)
- LEWIN, K. Das Problem der Willensmessung und das Grundgesetz der Assoziation. Psychol. Forsch. 1922, 2, 65-140 (b)
- LEWIN, K. Feldtheorie in den Sozialwissenschaften. Bern: Huber 1963
- LINGOES, J.C. An IBM 7090 program for Guttman Lingoest Smallest Space Analysis SSA-I. Beh. Science 1965, 10, 183-184
- LINGOES, J.C. An IBM 7090 program for Guttman-Lingoest Smallest Space Analysis: SSA-IV. Beh. Science 1966, 11, 407

- LINGOES, J.C. A general survey of the Guttman-Lingoes nonmetric program series. In: SHEPARD, R. N., ROMNEY, A.K. & NERLOVE, S.B. Multidimensional scaling. Vol. I, New York: Seminar Press 1972
- LONDON, J.D. Psychologist's misuse of the auxiliary concepts of physics and mathematics. Psychol. Rev. 1944, 51, 266-291
- LUCE, R.D. & GALANTER, E. Psychological scaling. In: LUCE, R.D., BUSH, R.R. & GALANTER, E. (Hrsg.) Handbook of mathematical psychology. Vol. 1, New York: Wiley 1963
- MANDLER, G. From association to structure. Psychol. Rev. 1962, 69, 415-427
- MARX, W. Die Messung der assoziativen Bedeutungsähnlichkeit. Z. exp. angew. Psychol. 1976, 23, 62-76
- MARX, W. Ein Verfahren zur Erstellung von Wortfeldern auf der Basis einer neuen Analyse-Technik für Assoziationsdaten. Vortrag, gehalten auf der 19. Tagung der experimentell arbeitenden Psychologen, Konstanz 1977
- MATTENKLOTT, A. Über die Validität eines geometrischen Urteilsmodells: ein axiomatischer und ein numerischer Ansatz. Vortrag, gehalten auf der 19. Tagung der experimentell arbeitenden Psychologen, Konstanz 1977
- McADAM, D.L. Visual sensitivities to color differences in daylight. J. opt. Soc. Amer. 1942, 32, 247-274
- McADAM, D.L. Rautian on color discrimination. J. opt. Soc. Amer. 1955, 45, 1065-1071
- McCOLLOUGH, P.M. Perceptual discrimination of similarities. Dissertation abstracts 1958, 18, 1866-1867
- McFARLAND, D.D. & BROWN, D.J. Social distance as a metric: a systematic introduction to smallest space analysis. In: LAUMANN, E.O. Bonds of pluralism. New York 1973
- McGEE, V.E. The multidimensional analysis of 'elastic' distances. Brit. J. Math. Stat. Psychol. 1966, 19, 181-196

- McGEE, V.E. CEMD/DEMD: Nonmetric individual differences model for (elastic) multidimensional data reduction to handle N sets of multivariate data. J. Market Res. 1968, 15, 322
- MEEHL, P.E. Clinical versus statistical prediction. Minneapolis: Univ. of Minnesota Press 1954
- MEILI, R. Die faktorenanalytische Interpretation der Intelligenz. Schweiz. Z. f. Psychol. 1964, 23, 135-155
- MERZ, F., KALVERAM, K.T. Kritik der Differenzierungshypothese der Intelligenz. Arch. f. d. ges. Psychol. 1965, 117, 287-295
- MESSICK, S.J. & KOGAN, N. Personality consistencies in judgment: Dimensions of role constructs. Mult. Behav. Res. 1966, 1, 165-175
- MICHEL, L. Allgemeine Grundlagen psychometrischer Tests. In: HEISS, R. (Hrsg.) Psychologische Diagnostik. Handbuch der Psychologie, Bd. 6. Göttingen: Hogrefe 1964
- MICKO, H.C. & FISCHER, W. The metric of multidimensional psychological spaces as a function of the differential attention to subjective attributes. J. Math. Psychol. 1970, 1, 118-143
- MILLER, J.E., SHEPARD, R.N. & CHANG, J.J. An analytical approach to the interpretation of multidimensional scaling solutions. Amer. Psychologist 1964, 19, 579-580
- MOOS, R. Situation analysis of a therapeutic community milieu. J. Abn. Psychol. 1968, 73, 49-61
- MOOS, R.H. Sources of variance in responses to questionnaire and in behavior. J. Abn. Psychol. 1969, 74, 405-412
- MORRISON, H.W. Intransitivity of paired comparison choices. Unpublished doctoral dissertation. Univ. of Michigan 1962
- NESSSELROADE, J. R. & DELHEES, K.H. Methods and findings in experimentally based personality theory. In CATTELL, J.B. (Hrsg.) Handbook of multivariate experimental psychology. Chicago: McNally 1966

- NEWCOMB, T. An experiment designed to test the validity of a rating technique. J. Educ. Psychol. 1931, 22, 279-289
- NEWELL, A. Judgment and its representation: An introduction. In: KLEINMUNTZ, B. (Hrsg.) Formal representation of human judgment. New York: Wiley 1968
- NOBLE, C.E. Psychology and the logic of similarity. J. Gen. Psychol. 1957, 57, 23-43
- NORDENSTRENG, K. A comparison between the semantic differential and similarity analysis in the measurement of musical experience. Scand. J. Psychol. 1968, 9, 89-96
- NORMAN, W.T. Toward an adequate taxonomy of personality attributes. J. Abn. Soc. Psychol. 1963, 66, 574-583
- NUNNALLY, J.C. Psychometric theory. New York: McGraw-Hill 1967
- OSGOOD, C.E. The nature and measurement of meaning. Psychol. Bull. 1952, 49, 197-237
- OSGOOD, C.E. Discussion of Egon Brunswick, 'Scope and aspects of the cognitive problem'. Contemporary approaches to cognition. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press 1957
- OSGOOD, C.E. Studies on the generality of affective meaning systems. Am. Psychologist 1962, 17, 10-28
- OSGOOD, C.E., SUCI, G.J. & TANNENBAUM, B.H. The measurement of meaning. Urbana: Univ. of Illinois Press 1957
- PAPPI, F.U. & LAUMANN, E.O. Gesellschaftliche Wertorientierungen und politisches Verhalten. Z. f. Soz. 1974, 3, 157-188
- PAPPI, F.U. & LAUMANN, E.O. Erwiderung auf Bertrams Kritik von 'Gesellschaftliche Wertorientierungen und politisches Verhalten'. Z. f. Soz. 1975, 4, 297-299
- PASSINI, F.T. & NORMAN, W.T. A universal conception of personality structure? J. of Pers. Soc. Psychol. 1966, 4, 44-49

- PAWLIK, K. Dimensionen des Verhaltens. Bern: Huber 1967
- PEABODY, D. Trait inferences: evaluative and descriptive aspects. J. of Pers. Soc. Psychol. 1967, 7 (4, whole No. 644)
- PFANZAGL, J. A general theory of measurement-applications to utility. Princeton Univ., Econometric Res. Progr., Res. Memor. No. 5, 1958
- PFANZAGL, J. Theory of measurement. Würzburg: Physica-Verlag 1968
- POPPER, K.R. Logik der Forschung (4. Aufl.). Tübingen: Mohr 1971
- POSTMAN, L. Toward a general theory of cognition. In: ROHRER, J.H., SHERIF, M. (Hrsg.) Social psychology at the crossroads. New York: Harper 1951
- POSTMAN, L. The experimental analysis of motivational factors in perception. Current theory and research motivation, Lincoln, Nebr.: Univ. of Nebraska Press 1953
- RABINOWITZ, G.B. An introduction to nonmetric multidimensional scaling. Am. Polit. Science 1975, 19, 343-390
- RAPOPORT, A & FILLENBAUM, S. An experimental study of semantic structures. In: ROMNEY, A.K., SHEPARD, R.N. & NERLOVE, S.B. Multidimensional scaling. Vol II, New York: Academic Press 1972
- RICHARDSON, M. W. Multidimensional psychophysics. Psychol. Bull. 1938, 35, 659-660
- RIEMANN, F. Grundformen der Angst. München: Reinhardt 1961
- RILEY, M.W. et al. (Hrsg.) Sociological studies in scale analysis. New Brunswick, N. J. 1954
- ROBINSON, E.S. The 'similarity' factor in retroaction. Amer. J. Psychol. 1927, 39, 297-312

- ROKEACH, M. & ROTHMAN, G. The principle of belief congruence and the congruity principle as models of cognitive interaction. Psychol. Rev. 1965, 72, 128-142
- ROMNEY, A.K., SHEPARD, R.N. & HERLOVE, S.B. Multidimensional scaling - Theory and applications in the behavioral sciences. Vol. II. New York: Seminar Press 1972
- ROSENBERG, S. & JONES, R.A. A method for investigating and representing a person's implicit theory of personality: Theodore Dreiser's view of people. J. Pers. Soc. Psychol. 1972, 22, 372-286
- ROSENBERG, S., NELSON, C. & VIVEKANANTHAN, P. S. A multidimensional approach to the structure of personality impressions. J. Pers. Soc. Psychol. 1968, 9, 283-294
- ROSENBERG, S. & OLSHAN, K. Evaluative and descriptive aspects in personality perception. J. Pers. Soc. Psychol. 1970, 16, 619-626
- ROSENBERG, S. & SEDLAK, A. Structural representations of perceived personality trait relationships. In: ROMNEY, A.K., SHEPARD, R.N. & HERLOVE, S.B. (Hrsg.) Multidimensional scaling. Vol. II. New York: Seminar Press, 1972 (a)
- ROSENBERG, S. & SEDLAK, A. Structural representation of implicit personality theory. In: BERKOWITZ, L. (Hrsg.) Advances in experimental social psychology, Vol. 6, New York: Academic Press 1972 (b)
- RUNKEL, P. J. Cognitive similarity in facilitating communication. Sociometry 1956, 19, 178-191
- RUSSELL, B. An inquiry into meaning and truth. George Allen and Unwin Ltd. 1940
- SARBIN, T.R., TAFT, R. & Bailey, D. E. Clinical inference and cognitive theory. New York: Holt, Rinehart & Winston 1960
- SARRIS, V. Zur Bedeutung von Modellen bei der psychologischen Theorienbildung. Psychol. Beitr. 1971, 13, 328-335

- SCHEUCH, E.K. & ZEHNPFENNIG, H. Skalierungsverfahren in der Sozialforschung, Bd. 3a. Stuttgart: dtv 1967
- SCHLOSBERG, H. The description of facial expressions in terms of two dimensions. J. Exp. Psychol. 1952 44, 229-237
- SCHLOSBERG, H. Three dimensions of emotion. Psychol. Rev. 1954, 61, 81-88
- SCHNEIDER, D. J. Implicit personality theory: a review. Psychol. Bull. 1973, 79, 294-309
- SCOTT, W.A. Cognitive structure and social structure: some concepts and relationships. In: WASHBURNE, N.F. (Hrsg.) Decisions, Values and groups. Vol. 2. New York: Pergamon Press 1962
- SHEPARD, R.N. Stimulus and response generalisation: Stochastic models relating generalisation to distance in psychological space. Psychometrika 1957, 22, 325-345
- SHEPARD, R. N. Stimulus and response generalisation: Tests of a model relating generalisation to distance in psychological space. J. exp. Psychol. 1958, 55, 509-523
- SHEPARD, R. N. The analysis of proximities: multidimensional scaling with an unknown distance function. Part 1. Psychometrika 1962, 27, 125-139 (a)
- SHEPARD, R.N. The analysis of proximities. Part 2. Psychometrika 1962, 27, 219-246 (b)
- SHEPARD, R.N. Attention and the metric structure of the stimulus space. J. Math. Psychol. 1964, 1, 54-87 (a)
- SHEPARD, R.N. On subjectively optimum selection among multiattribute alternatives. In: SHELLY, M. W., BRYAN, G.L. (Hrsg.) Human judgments and optimality. New York: Wiley 1964 (b)
- SHEPARD, R.N. Metric structures in ordinal data. J. Math. Psychol. 1966, 3, 287-315
- SHEPARD, R.N. Representation of structure in similarity data: problems and prospects. Psychometrika 1974, 39, 373-422

- SHEPARD, R.N. & CHANG, J. J. Stimulus generalisation in the learning of classifications. J. exp. Psychol. 1963, 65, 94-102
- SHEPARD, R.N., HOVLAND, C.I. & JENKINS, H. M. Learning and memorization of classifications. Psychol. Monogr. 1961, 75, No. 13, (whole No. 517)
- SHEPARD, R.N. & KRUSKAL, J.B. Nonmetric methods for scaling and for factor analysis. Americ. Psychologist 1964, 19, 557-558
- SHEPARD, R.N., ROMNEY, A.K. & NERLOVE, S.B. (Hrsg.) Multi-dimensional scaling. Theory and applications in the behavioral sciences. Vo. I. New York: Seminar Press 1972
- SHERIF, M. & CANTRIL, H. The psychology of attitudes: Part I, Psychol. Rev. 1945, 52, 295-319
- SHERIF, M. & CANTRIL, H. The Psychology of Ego- Involvements: Social Attitudes and Identifications. New York, London, 1947
- SHERMAN, C.R. Nonmetric multidimensional scaling: the role of the Minkowski metric. Chapel Hill, N. C.: The L. L. Thurstone psychometric laboratory. Univ. of North Carolina 1970, 323-357
- SHIPLEY, W.C., COFFIN, J.J. & HADSELL, K.C. Affective distances and other factors determining reaction time in judgments of color preference. J. exp. Psychol. 1945, 35, 206-215
- SHIPLEY, W.C., NORRIS, E.D. & ROBERTS, M.C. The effect of changed polarity of set on decision time of affective judgments. J. exp. Psychol. 1946, 36, 237-243
- SIMON, H.A. & NEWELL, A. The uses and limitations of models. In: MARX, M.H. (Hrsg.) Theories in contemporary psychology. New York: Macmillan 1966
- SINGLETON, R.R. & TYNDALL, W.S. Games and programs. San Francisco: Freeman 1974
- SIXTL, F. Meßmethoden der Psychologie. Theoretische Grundlagen und Probleme. Weinheim: Beltz 1967

- SLAK, S. Multidimensional information transmission as a function of unidimensional channel capacity. Psychol. Rev. 1969, 76, 224-226
- SLATER, P. Inconsistencies in a schedule of paired comparison. Biometrika 1961, 48, 303-312
- SNEATH, P.H.A. & SOKAL, R.R. Numerical taxonomy. Nature 1962, 193, 855-860
- SNEATH, P.H.A. & SOKAL, R.R. Numerical taxonomy. San Francisco: Freeman 1973
- SOKAL, R.R. & SNEATH, P.H.A. Principles of numerical taxonomy. London: Freeman 1963
- SOLOMON, D., ROSENBERG, C. & BEDZEK, W.E. Teacher behavior and student learning. J. Educ. Psychol. 1964, 55, 23-30
- SPENCE, J. A Monte Carlo evaluation of three nonmetric multidimensional scaling algorithms. Psychometrika 1972, 37, 461-487
- SPENCE, J. & GRAEF, J. The determination of the underlying dimensionality of an empirically obtained matrix of proximities. Mult. Behav. Res. 1974, 9, 331-341
- STACHOWIAK, H. Allgemeine Modelltheorie. Wien, NewYork: Springer 1973
- STENSON, H.H. & KNOLL, R.L. Goodness of fit for random rankings in Kruskal's nonmetric scaling procedure. Psychol. Bull. 1969, 71, 122-126
- STEPHENSON, W. Correlating persons instead of tests. Char. Pers. 1935, 4
- STEVENS, S.S. Mathematics, measurement and psychophysics. In: STEVENS, S.S. (Hrsg.) Handbook of experimental psychology. New York: Wiley 1951
- STEVENS, S.S. Measurement, statistics, and the schemapiric view. Science 1968, 161, 849-856
- STJERNQUIST, N. & BJURULF, B. Party cohesion and party cooperation in the Swedish parliament in 1964-1966. Scand. Pol. Stud. 1970, 5

- SUBKOVIK, M.J. The use of multidimensional scaling in educational research. *Rev. of Educ. Res.* 1975, 45, 387-423
- SUPPES, P. & ZINNES, J.L. Basic measurement theory. In: LUCE, R.D., BUSH, R.R. & GALANTER, E. (Hrsg.) *Handbook of mathematical psychology*. Vol. I. New York: Wiley 1963
- TACK, W.H. Mathematische Modelle in der Sozialpsychologie. In: GRAUMANN, C.F. (Hrsg.) *Handbuch der Psychologie*, Bd. 7, Sozialpsychologie. Göttingen: Hogrefe 1969
- TAGIURI, R. Introduction. In: TAGIURI, R. & PETRULLO, L. *Person perception and interpersonal behavior*. Stanford: Univ. Press 1958
- TAGIURI, R. & PETRULLO, L (Hrsg.) *Person perception and interpersonal behavior*. Stanford: Stanford Univ. Press 1958
- TARSKI, A. Contributions to the theory of models. *Indagationes Mathematicae* 1954, 16, 572-288
- THORNDIKE, E.L. A constant error in psychological ratings. *J. Appl. Psychol.* 1920, 4, 25-29
- THURSTONE, L.L. A law of comparative judgment. *Psychol. Rev.* 1927, 34, 273-286 (a)
- THURSTONE, L.L. A mental unit of measurement. *Psychol. Rev.* 1927, 34, 415-423 (b)
- THURSTONE, L.L. Three psychophysical laws. *Psychol. Rev.* 1927, 34, 424-432 (c)
- THURSTONE, L.L. Psychophysical analysis. *Amer. J. Psychol.* 1927, 38, 368-389 (d)
- THURSTONE, L.L. An experimental study of national preferences. *J. Gen. Psychol.* 1928, 1, 405-425 (a)
- THURSTONE, L.L. Attitudes can be measured. *Amer. J. Social.* 1928, 33, 529-554 (b)
- THURSTONE, L.L. The measurement of opinion. *J. Abn. Soc. Psychol.* 1928, 22, 415-430 (c)
- THURSTONE, L.L. Theory of attitude measurement. *Psychol. Rev.* 1929, 36, 222-241

- THURSTONE, L.L. & CHAVE, E.J. The measurement of attitudes. Chicago: Univ. of Chicago Press 1929
- THURSTONE, L.L. Primary mental abilities. Chicago: Psychometrika Monogr. 1, 1938
- THURSTONE, L.L. Multiple factor analysis. 6th ed.. Chicago 1961
- TODD, F.J. & RAPPOPORT, L. A cognitive structure approach to person perception: a comparison of two models. J. Abn. Soc. Psychol. 1969, 68, 469-478
- TOLMAN, E.C. A psychological model. Univ. of California 1951
- TORGERSON, W.S. Multidimensional scaling: I. Theory and method. Psychometrika 1952, 17, 401-419
- TORGERSON, W.S. Theory and methods of scaling. New York: Wiley 1958
- TORGERSON, W.S. Multidimensional scaling of similarity. Psychometrika, 1965, 30, 379-393
- TORGERSON, W.S. Multidimensional representation of similarity structures. In: KATZ, M.M., COLE, J. & BARTON, W.E. (Hrsg.) The role and methodology of classification in psychiatry and psychopathology. Washington, D. C.: US Government Printing Office 1968
- TUCKER, L.R. The extension of factor analysis to three-dimensional matrices. In: FREDERIKSEN, N. & GULLIKSEN, H. (Hrsg.) Contributions to mathematical psychology. New York: Holt, Rinehart & Winston 1964
- TUCKER, L.R. & MESSIK, S. An individual differences model for multidimensional scaling. Psychometrika 1963, 28, 333-367
- TVERSKY, A & KRANTZ, D.H. Similarity of schematic faces: A test of interdimensional additivity. Perception and Psychophysics. 1969, 5, 124-128
- TVERSKY, A. & KRANTZ, D.H. The dimensional representation and the metric structure of the similarity data. J. Math. Psychol. 1970, 7, 572-596

- ÜBERLA, K. Faktorenanalyse. Berlin: Springer 1971
- ULICH, D. & MERTENS, W. Urteile über Schüler. Zur Sozialpsychologie pädagogischer Diagnostik. Weinheim: Beltz 1973
- VENESS, T. Trait assessment intercorrelation and occupational stereotypy. Brit. J. Soc. Clin. Psychol. 1969, 8, 227-234
- VOGEL, F. Probleme und Verfahren der numerischen Klassifikation. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1975
- WAERN, Y. Multidimensional similarity: An analysis of analyzability. Reports from the Psychological Laboratories, Univ. of Stockholm, no. 280, 1969
- WAGENAAR, W.A. & Padmos, P. Quantitative interpretation of stress in Kruskal's multidimensional scaling technique. Brit. J. Math. Stat. Psychol. 1971, 24, 101-110
- WALTERS, H.A. & JACKSON, D.N. Group and individual regularities in trait inference: A multidimensional scaling analysis. Mult. Behav. Res. 1966, 1, 145-163
- WARR, P. B. & KNAPPER, Ch. The perception of people and events. London 1968
- WATZLAWICK, P., BEAVIN, J.H. & JACKSON, D.D. Menschliche Kommunikation. Formen, Störungen, Paradoxien. Bern: Huber 1969
- WEBER, E.H. De pulsu, resorptione, auditu et tactu annotationes anatomicae et physiologicae. Lipsiae 1834
- WEISBERG, H.F. Dimensionland: an excursion into spaces. Amer. J. Polit. Sciences 1974, 743-775
- WENDER, K. Die psychologische Interpretation nicht-euklidischer Metriken in der multidimensionalen Skalierung. Dissertation Darmstadt 1969
- WERNER, H. Comparative psychology and mental development. New York: Int. Univ. Press 1957

- WEWETZER, K.-H. Zur Differenz der Leistungsstrukturen bei verschiedenen Intelligenzgraden. Ber. 21. Kongress d. Deutschen Gesellschaft für Psychologie. Göttingen 1957
- WISH, M. Comparison among multidimensional structures of nations based on different measures of subjective similarity. General Systems 1970, 15, 55-65
- WISH, M. Individual differences in perceptions and preferences among nations. In: KING, C.W. & TIGERT, D. (Hrsg.) Attitude research reaches new heights. Chicago: American Marketing Assoc. 1971
- WISH, M., DEUTSCH, M. & BIENER, L. Differences in conceptual structures of nations: An exploratory study. J. Pers. Soc. Psychol. 1970, 16, 361-373
- WISH, M., DEUTSCH, M. & BIENER, L. Differences in perceived similarity of nations. In: ROMNEY, A.K., SHEPARD, R.N. & NERLOVE, S.B. Multidimensional scaling. Vol. 2, New York: Seminar Press 1972
- WISHNER, J. Reanalysis of 'impressions of psychology'. Rev. 1960, 67, 96-112
- WOODWORTH, R.S. & SCHLOSBERG, H. Experimental psychology. New York 1954
- YOSHIDA, M. Similarity among different kinds of taste near the threshold concentration. Japanese J. Psychol. 1963, 34, 25-35
- YOUNG, F.W. TORSCA, a Fortran IV program for Shepard-Kruskal multidimensional scaling analysis. Behav. Science 1967, 12, 498
- YOUNG, F.W. TORSCA-9, a Fortran IV program for nonmetric multidimensional scaling. Behav. Science 1968, 13, 343-344 (a)
- YOUNG, F.W. TORSCA, an IBM program for nonmetric multidimensional scaling. J. Market. Res. 1968, 5, 319-321 (b)
- YOUNG, F.W. Nonmetric multidimensional scaling: recovery of metric information. Psychometrika 1970, 35, 455-473

- YOUNG, F.W. A model for polynomial conjoint analysis algorithms In: SHEPARD, R.N., ROMNEY, A.K. & NERLOVE, S.B. Multidimensional Scaling, Vol. I. New York: Seminar Press 1972
- YOUNG, G. & HOUSEHOLDER, A.S. Discussion of a set of points in terms of their mutual distances. Psychometrika 1938, 3, 19-22
- ZAJONC, R.B. Cognitive theories in social psychology. In: LINDZEY, G. & ARONSON, E. (Hrsg.) The Handbook of social psychology, Vol. 1, Massachusetts: Addison-Wesley Publ. Co. 1954
- ZAJONC, R.B. The process of cognitive tuning in communication. J. Abn. Soc. Psychol. 1960, 61, 159-167
- ZINNES, J.L. Scaling. Ann. Rev. Psychol. 1969, 20, 447-479

